



Etude et conception de milieux stratifiés faiblement réfléchissants en acoustique sous-marine

Marie-France Poujol

► To cite this version:

Marie-France Poujol. Etude et conception de milieux stratifiés faiblement réfléchissants en acoustique sous-marine. [Rapport de recherche] Publications du LMA, numéro 134, LMA. 1991, 76 p. hal-01365733

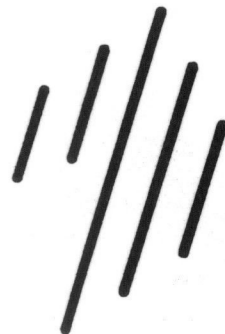
HAL Id: hal-01365733

<https://hal.science/hal-01365733>

Submitted on 13 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

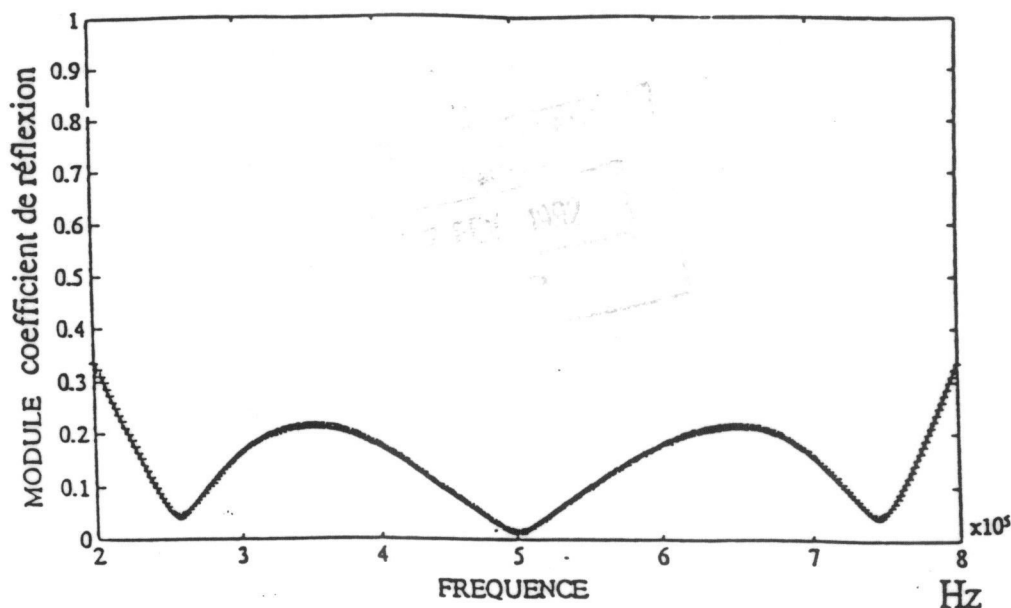
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



NOTES SCIENTIFIQUES

**ETUDE ET CONCEPTION DE MILIEUX
STRATIFIES
FAIBLEMENT REFLECHISSANTS
EN ACOUSTIQUE SOUS-MARINE**

Marie-France **POUJOL**



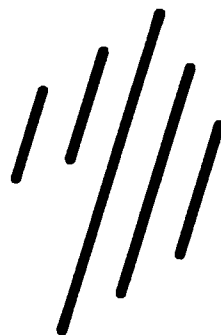
Légende de la figure de couverture :

Coefficient de réflexion d'une cible en aluminium
recouverte d'un revêtement à 4 couches quart d'onde
à 500 kHz.

PUBLICATIONS DU L.M.A.
Répertoriées dans la base Pascal de l'I.N.I.S.T.

ISSN 0750 - 7356

n° 134 (novembre 1991)



PHYS
MEC

NOTES SCIENTIFIQUES

**ETUDE ET CONCEPTION DE MILIEUX
STRATIFIES
FAIBLEMENT REFLECHISSANTS
EN ACOUSTIQUE SOUS-MARINE**

Marie-France POUJOL



CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



G 82098

TABLE DES MATIERES

	pages
Résumé	1
Introduction	3
1. Rappels théoriques : calcul du coefficient de réflexion d'un milieu stratifié	5
1.1 Position du problème	5
1.2 Etude d'un multicouche fluide	6
1.2.1 Coefficient de réflexion d'une interface fluide	6
1.2.2 Coefficient de réflexion d'une couche fluide	7
1.2.3 Coefficient de réflexion d'un nombre arbitraire de couches fluides	9
1.3 Etude d'un multicouche élastique	10
1.3.1 Rappels sur la propagation dans les milieux solides élastiques homogènes isotropes	10
1.3.2 Calcul des matrices de couches	11
1.3.3 Coefficient de réflexion d'un multicouche sur un fond solide élastique	14
2. Affaiblissement du coefficient de réflexion d'une cible à l'aide d'un revêtement multicouche	17
2.1 Paramètres utilisés dans les calculs	18
2.2 Revêtement monocouche	19
2.3 Revêtement bicouche	24
2.4 Revêtement à trois couches	27
2.5 Généralisation pour un revêtement à n couches	31
3. Essai d'optimisation	33
3.1 La méthode du simplexe	33
3.2 Application au cas du coefficient de réflexion d'un multicouche	34
3.3 Résultats numériques de l'optimisation	35
3.3.1 Monocouche	35
3.3.2 Bicouche	37
3.3.3 Revêtement à n couches	38

4. Prise en compte de l'atténuation	43
4.1 Remarque sur les valeurs maximales du coefficient de réflexion	43
4.2 Définition de l'atténuation	44
4.3 Valeurs du coefficient α	44
4.4 Résultats	45
5. Etude expérimentale	51
5.1 Banc et techniques de mesures	51
5.1.1 Banc de mesure	51
5.1.2 Technique impulsionnelle en incidence normale	52
5.1.3 Technique du train d'ondes en incidence oblique	54
5.2 Produits employés pour les stratifiés	55
5.3 Problèmes de réalisation	55
5.4 Comparaison théorie-expérience	56
Conclusion	65
Bibliographie	67
Annexes	69
annexe 1 Coefficients a_{jk} de la matrice de couche pour le milieu solide élastique	71
annexe 2 Algorithme du simplexe	73

RESUME

RESUME

Afin de diminuer la réflexion d'une structure métallique plane (cible), on cherche à la recouvrir d'un revêtement multicouche. Les revêtements utilisés ont des couches d'épaisseur quart d'onde et leur impédance acoustique est reliée à celles de la cible et de l'eau, milieu de propagation de l'onde incidente. Les calculs théoriques du coefficient de réflexion sont menés à partir des travaux de L.M Brekhovskikh. Les calculs numériques réalisés pour des revêtements comportant de une à quatre couches permettent de définir les conditions d'insonification sous lesquelles les revêtements sont peu réfléchissants. Ces revêtements sont ensuite optimisés à l'aide de la méthode du simplexe. Des mesures expérimentales en cuve, sur une cible en aluminium recouverte de revêtements composites, permettent dans une dernière étape de valider l'approche théorique.

ABSTRACT

The reflection coefficient of a plane metallic target is reduced by recovering it with a multilayered coating. The coatings are made of quarter wavelength layers which acoustical impedances are linked to those of the target and of water (propagation medium of the incident wave). The theoretical calculations of the reflection coefficient are made with Brekhovskikh's works. Numerical computations for single-layered to four-layered coatings display in what conditions (frequencies and angle of incidence) the reflection-reducing coatings are efficient. A Simplex method is then used to optimize the previous coatings. Some experimental results are compared to theoretical ones for an aluminium target covered with composite coatings.

INTRODUCTION

On se propose d'étudier les moyens de minimiser le coefficient de réflexion d'une structure métallique sur une gamme de fréquences la plus large possible, au moyen de revêtements multicouches. Les applications sont nombreuses et peuvent aller de la réalisation de cuves à parois non réfléchissantes, à la fabrication de dispositifs absorbants, pour isoler acoustiquement les capteurs d'une antenne. On peut également envisager des applications concernant la discrétion acoustique de systèmes et de navires vis à vis d'échos réfléchis. Diverses méthodes existent déjà. Tout d'abord on pense à des panneaux en matériaux dits "pc", ayant la même impédance acoustique que l'eau. Dans ce cas toute l'énergie reçue est transmise dans le matériau et doit être absorbée fortement afin de ne pas atteindre la paroi que l'on veut masquer. On utilise aussi des structures d'épaisseur $(2n+1)\lambda/4$, égale à un nombre impair de fois le quart de la longueur d'onde. C'est une technique d'interférences dont on sait qu'elle va permettre d'annuler le signal pour certaines fréquences mais le renforcer pour d'autres. Enfin des techniques tout à fait modernes, mais encore non publiées, utilisent le pouvoir fortement atténuant d'éléments diffusants inclus dans une matrice. En jouant sur la taille et la population des diffuseurs, on peut élargir la bande de fréquence sur laquelle le matériau est atténuant.

Dans cette étude on s'intéressera essentiellement aux structures en $(2n+1)\lambda/4$, faciles à réaliser. Elles sont à l'origine de nombreux travaux réalisés tant en acoustique qu'en optique.

En effet le problème étudié est classique en optique où on cherche à éviter les réflexions parasites et donc les pertes de lumière à la traversée des lentilles et des objectifs de divers instruments. La première phase de ce travail a donc consisté en une large étude bibliographique orientée vers les ouvrages d'optique. On étudiera ainsi les principes retenus pour fabriquer des objectifs anti-reflets, recouverts de dépôts de couches minces calculées de manière à transmettre le maximum d'énergie, et donc d'en réfléchir un minimum sur un spectre étendu de fréquence.

On verra dans quelle mesure on peut appliquer les résultats de l'optique aux problèmes de l'acoustique pour lesquels les milieux envisagés sont essentiellement élastiques avec propagation d'ondes longitudinales et transversales. Pour valider la transposition optique-acoustique on calculera tout d'abord le coefficient de réflexion d'un milieu multicouches et on mettra en oeuvre un algorithme faisant varier les paramètres des couches afin d'optimiser les revêtements qui auront été définis comme peu réfléchissants.

La dernière étape consiste en une mise en oeuvre expérimentale permettant de valider les modèles théoriques étudiés.

1. RAPPELS THEORIQUES : CALCUL DU COEFFICIENT DE REFLEXION D'UN MILIEU STRATIFIE

Dans cette première partie on pose les bases théoriques du calcul du coefficient de réflexion d'un milieu stratifié. Pour cela on utilise les travaux de L.M Brekhovskikh [1], qui conduisent à des résultats généralement bien vérifiés par l'expérience.

1.1 POSITION DU PROBLEME ETUDIE

Le problème posé est donc de minimiser le coefficient de réflexion d'un milieu fortement réfléchissant en le recouvrant d'un matériau multicouche judicieusement choisi. Le stratifié dont on calculera le coefficient de réflexion se compose de couches élastiques et fluides, homogènes et parallèles, séparant deux milieux semi-infinis. On se place dans un plan xOz . Dans ce plan, le milieu semi-infini supérieur, situé dans les z positifs et où se propage l'onde incidente, est supposé être un milieu fluide : l'eau. Le milieu semi-infini inférieur, situé dans les z négatifs, est un solide élastique modélisant la cible très réfléchissante (voir figure 1). Ce cas correspond à une application à l'acoustique sous-marine.

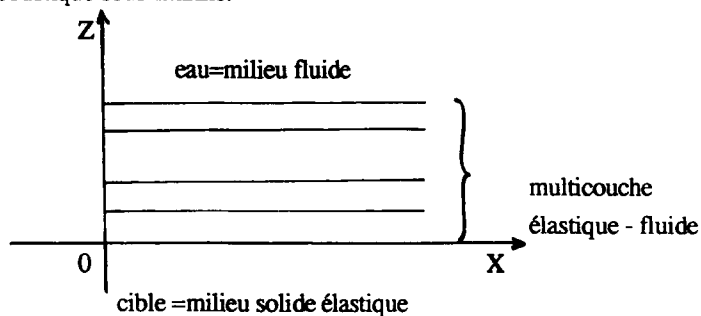


fig 1

Lors de la minimisation du coefficient de réflexion (chapitre suivant), nous travaillerons en incidence normale. Dans ce cas les ondes transversales des milieux solides élastiques rencontrés n'interviennent plus et le stratifié peut être considéré comme exclusivement fluide. On rappellera donc dans un premier temps les étapes aboutissant au calcul de la formule du coefficient de réflexion d'un stratifié exclusivement fluide. On utilisera ces formules dans le chapitre suivant consacré à la minimisation du coefficient de réflexion d'un multicouche, en

rajoutant la condition d'une incidence normale.

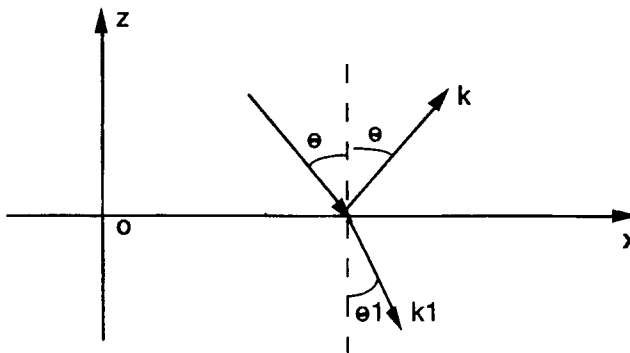
Cependant on désire aussi observer comment se comportent les stratifiés définis comme peu réfléchissants pour une incidence normale, lorsqu'ils sont attaqués en incidence oblique. Pour cela nous avons besoin d'un calcul prenant en compte les ondes transversales dans les milieux élastiques. On rappellera donc aussi les étapes aboutissant à l'expression du coefficient de réflexion d'un stratifié solide élastique en incidence oblique. Dans ce cas nous mettrons en oeuvre un formalisme matriciel, car il est beaucoup plus rapide que le formalisme classique. En effet dans le cas général d'un stratifié à n couches solides élastiques, il faut résoudre $4n$ équations pour décrire la propagation. Grâce au formalisme matriciel faisant appel à la notion de matrice de couches, ce problème se réduit au calcul de n produits de matrices. Ces produits matriciels sont facilement et rapidement effectués par un ordinateur.

1.2 ETUDE D'UN MULTICOUCHE FLUIDE

On rappelle dans un premier temps l'expression du coefficient de réflexion d'une interface fluide, puis celui d'une couche fluide séparant deux milieux semi-infinis, et enfin celui d'un nombre arbitraire de couches fluides séparant deux milieux semi-infinis. Ces résultats sont applicables à des milieux élastiques éclairés en incidence normale.

1.2.1 COEFFICIENT DE REFLEXION D'UNE INTERFACE FLUIDE

On considère le cas d'une interface fluide caractérisée par la figure 2 ci-dessous. On insonifie avec une onde plane, selon le plan xz , sous une incidence θ :



- Fig 2 -

ρ et ρ_1 : densités des milieux supérieur et inférieur,

c et c_1 vitesses du son dans les milieux supérieur et inférieur,

$k=\omega/c$ et $k_1=\omega/c_1$: vecteur d'onde dans les milieux supérieur et inférieur

Le coefficient de réflexion R à cette interface est :

$$R = \frac{Z_1 \cos \theta - \rho c \cos \theta_1}{Z_1 \cos \theta + \rho c \cos \theta_1} \quad (1.1)$$

où $Z_1 = \rho_1 c_1$ impédance du milieu inférieur 1.

1.2.2. COEFFICIENT DE REFLEXION D'UNE COUCHE FLUIDE

On considère une onde plane (dans le plan xOz) acoustique incidente sur une couche plane d'épaisseur d :

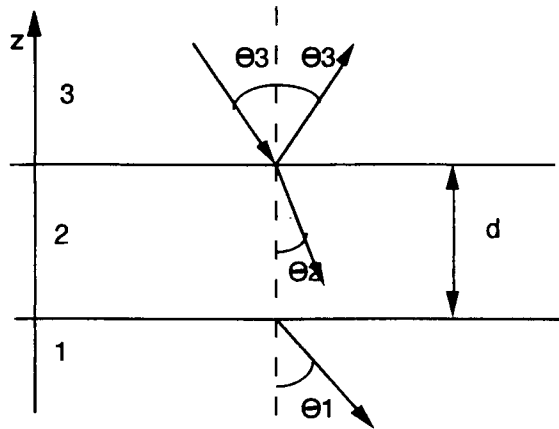


fig 3

les indices 3, 2, 1 repèrent respectivement le milieu depuis lequel l'onde est incidente, la couche, et le milieu dans lequel l'onde pénètre.

L'expression R du coefficient de réflexion du multicouche de la figure 3, s'écrit en fonction de l'impédance d'entrée de la couche, désignée par Z_{in} , sous la forme:

$$R = \frac{Z_{in} \cos \theta_3 - \rho_3 c_3}{Z_{in} \cos \theta_3 + \rho_3 c_3} = \frac{Z_{in} \cos \theta_3 - Z_3}{Z_{in} \cos \theta_3 + Z_3} \quad (1.2)$$

où $Z_3 = \rho_3 c_3$ impédance du milieu supérieur 3.

L'impédance d'entrée à la frontière supérieure de la couche est par définition:

$$Z_{in} = - \left(\frac{p_2}{v_{2z}} \right)_{z=d} \quad (1.3)$$

où p_2 est la pression acoustique dans la couche et v_{2z} la composante suivant z de la vitesse

dans la couche soit $v_{2z} = \frac{1}{i\omega\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z}$.

La pression acoustique p_2 dans la couche s'écrit:

$$p_2 = (A e^{-ik_{2z}z} + B e^{ik_{2z}z}) e^{ik_{2x}x} \quad (1.4)$$

car elle résulte de la propagation de deux ondes planes se propageant dans deux directions symétriques par rapport aux directions $z=\text{constante}$.

$k_2 = \omega / c$ est le nombre d'onde dans la couche 2.

On note $k_{2x} = k_2 \sin \theta$ et $k_{2z} = k_2 \cos \theta$. A et B sont des constantes.

En utilisant la définition (1.3), l'expression (1.4) et explicitant la continuité de p_2 et de v_{2z} on déduit l'expression de Z_{in} :

$$Z_{in} = \left[(Z_1 - i \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \tan k_{2z}d) / (\frac{Z_2}{\cos \theta_2} - i Z_1 \tan k_{2z}d) \right] \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \quad (1.5)$$

où $Z_2 = \rho_2 c_2$ impédance du milieu 2.

En portant (1.5) dans (1.2) on obtient R coefficient de réflexion de la couche:

$$R = N_R / D_R \quad (1.6)$$

avec:

$$N_R = \left(\frac{Z_1}{\cos \theta_1} + \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \right) \left(\frac{Z_2}{\cos \theta_2} - \frac{Z_3}{\cos \theta_3} \right) e^{-ik_{2z}d} + \left(\frac{Z_1}{\cos \theta_1} - \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \right) \left(\frac{Z_2}{\cos \theta_2} + \frac{Z_3}{\cos \theta_3} \right) e^{ik_{2z}d}$$

$$D_R = \left(\frac{Z_1}{\cos \theta_1} + \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \right) \left(\frac{Z_2}{\cos \theta_2} + \frac{Z_3}{\cos \theta_3} \right) e^{-ik_{2z}d} + \left(\frac{Z_1}{\cos \theta_1} - \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \right) \left(\frac{Z_2}{\cos \theta_2} - \frac{Z_3}{\cos \theta_3} \right) e^{ik_{2z}d}$$

Les angles θ_2 et θ_3 s'obtiennent à partir des lois de la réfraction :

$$k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2 = k_3 \sin \theta_3$$

1.2.3 COEFFICIENT DE REFLEXION D'UN NOMBRE ARBITRAIRE DE COUCHES FLUIDES

On considère $n-1$ couches situées entre deux milieux semi-infinis. On a donc $n+1$ milieux numérotés de 1 à $n+1$, comme représenté sur la figure 4:

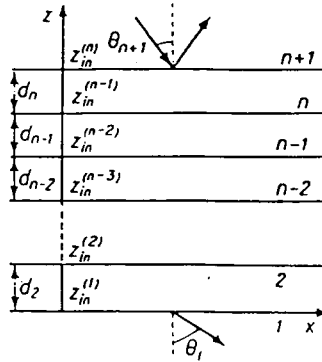


fig 4

Pour établir l'expression de R coefficient de réflexion du milieu multicouche ainsi défini, Brekhovskikh procède de façon récurrente:

-on pose: $Z_{in}^{(1)} = Z_1 / \cos \theta_1$.

-on calcule $Z_{in}^{(2)}$ impédance d'entrée à la frontière supérieure de la couche la plus basse (repérée par l'indice 2), à l'aide de la formule (1.5) dans laquelle on remplace d par d_2 :

$$Z_{in}^{(2)} = \left[\left(Z_{in}^{(1)} - i \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \tan k_2 d_2 \right) / \left(\frac{Z_2}{\cos \theta_2} - i Z_{in}^{(1)} \tan k_2 d_2 \right) \right] \frac{Z_2}{\cos \theta_2} \quad (1.7)$$

-puis en faisant la substitution :

$Z_{in}^{(1)}$	----->	$Z_{in}^{(2)}$
Z_2	----->	Z_3
k_2	----->	k_3
d_2	----->	d_3
θ_2	----->	θ_3

dans la formule (1.7) on obtient $Z_{in}^{(3)}$ l'impédance d'entrée de la seconde couche (repérée par l'indice 3)...

- on a la formule de récurrence donnant $Z_{in}^{(n)}$ en fonction de $Z_{in}^{(n-1)}$:

$$Z_{in}^{(n)} = \left[\left(Z_{in}^{(n-1)} - i \frac{Z_n}{\cos \theta_n} \tan k_{nz} d_n \right) / \left(\frac{Z_n}{\cos \theta_n} - i Z_{in}^{(n-1)} \tan k_{nz} d_n \right) \right] \frac{Z_n}{\cos \theta_n} \quad (1.8)$$

et le coefficient de réflexion sur l'interface supérieure (entre le milieu semi-infini $n+1$ et la couche n):

$$R = \frac{Z_{in}^{(n)} - \frac{Z_{n+1}}{\cos \theta_{n+1}}}{Z_{in}^{(n)} + \frac{Z_{n+1}}{\cos \theta_{n+1}}} \quad (1.9)$$

avec $Z_j = \rho_j c_j$ et $k_j \sin \theta_j = k_{n+1} \sin \theta_{n+1}$ pour $j=1, 2, \dots, n+1$.

1.3 ETUDE D'UN MULTICOUCHE ÉLASTIQUE

On examine maintenant la propagation dans un solide élastique à n couches utilisant la notion de matrice de couche. Elle consiste à transformer les conditions de continuité à chaque interface en une relation matricielle. Ceci définit une matrice de transfert ou matrice de couche liant une couche à sa voisine. Il suffit ensuite d'appliquer cette relation de façon récurrente pour remonter du milieu 1 au milieu d'ordre n .

1.3.1 RAPPEL SUR LA PROPAGATION DANS LES MILIEUX SOLIDES ELASTIQUES HOMOGENES ISOTROPES

Il existe de deux types d'ondes dans les milieux élastiques:

- des ondes de dilatation, ou ondes longitudinales. Le vecteur déplacement associé est $\vec{u}_l = \vec{\text{grad}} \phi$ (ϕ potentiel scalaire). Ces ondes se propagent à la vitesse $C_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$.
- des ondes de cisaillement, ou ondes transversales. Le vecteur déplacement associé est $\vec{u}_t = \vec{\text{rot}} \vec{\psi}$ ($\vec{\psi}$ potentiel vecteur). Ces ondes se propagent à la vitesse $C_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$.

(ρ est la masse volumique, λ, μ les coefficients de Lamé).

En onde plane et dans un plan xOz les quantités auxquelles on s'intéresse ne dépendent que des coordonnées x et z comme cela est indiqué sur la figure 5.

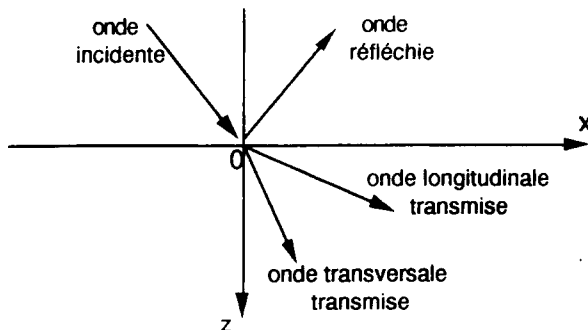


Figure 5

Le vecteur \vec{u} a donc pour composantes :

pour un solide élastique : $u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}$, $u_y = 0$, $u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}$

(1.10)

Pour les contraintes dans le milieu et sous l'hypothèse de petites déformations, les composantes du tenseur des contraintes s'écrit en fonction des déplacements:

$$T_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

(1.11)

$$T_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Nous noterons, pour plus de facilité : $T_{xz} = T_x$ et $T_{zz} = T_z$

1.3.2 CALCUL DES MATRICES DE COUCHES

Soit un milieu stratifié à n couches d'épaisseur d_j représenté sur la figure 6. Il est attaqué par une onde plane avec une incidence oblique θ_{n+1} . Le milieu $n+1$ est fluide, le milieu 1 solide élastique. γ_1 est l'angle sous lequel les ondes transversales pénètrent dans le milieu 1 (voir figure 6):

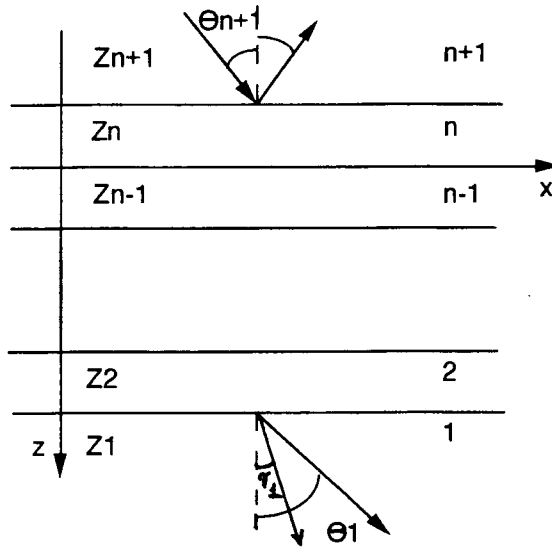


Fig 6.Géométrie du milieu stratifié

En utilisant :

- les équations d'onde (pour les potentiels acoustiques),
- des conditions aux limites relatives aux déplacements u et aux contraintes T (continuité des déplacements et des contraintes à la traversée de la frontière entre deux couches),
- et les expressions de u et T en fonction des potentiels ϕ et ψ ,

on aboutit à l'équation matricielle reliant contraintes et déplacements à la frontière supérieure de la couche n aux mêmes grandeurs à la frontière supérieure de la couche $n-1$:

$$\begin{bmatrix} u_x^{(n)} \\ u_z^{(n)} \\ T_z^{(n)} \\ T_x^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x^{(n-1)} \\ u_z^{(n-1)} \\ T_z^{(n-1)} \\ T_x^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

la matrice A_n d'éléments a_{ik} ($i, k = 1, 2, 3, 4$) est désignée sous le nom: matrice de couche ou de transfert, pour la couche n en relation avec la couche $n-1$. Les expressions des coefficients a_{ik} sont données en annexe 1.

Au bout de $n-1$ itérations on obtient:

$$\begin{bmatrix} u_x^{(n)} \\ u_z^{(n)} \\ T_z^{(n)} \\ T_x^{(n)} \end{bmatrix} = A_n A_{n-1} \dots A_2 \begin{bmatrix} u_x^{(1)} \\ u_z^{(1)} \\ T_z^{(1)} \\ T_x^{(1)} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

où A_j représente la matrice de couche pour la couche j en relation avec la couche $j-1$

(1.13) peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} u_x^{(n)} \\ u_z^{(n)} \\ T_z^{(n)} \\ T_x^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x^{(1)} \\ u_z^{(1)} \\ T_z^{(1)} \\ T_x^{(1)} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

où la matrice $A = (A_{ij})$ est le produit des matrices de couche A_j de $j = n$ à 2.

Donc à partir des matrices de transfert A_j pour chaque couche, on peut calculer une matrice globale permettant de relier les contraintes et déplacements dans la couche n aux contraintes et déplacements dans le milieu 1.

Cas du milieu à couches fluides et élastiques:

Si on considère un multicouche comportant p couches élastiques puis q couches fluides, comme représenté sur la figure 7, on a besoin d'une matrice de transfert pour les couches fluides.

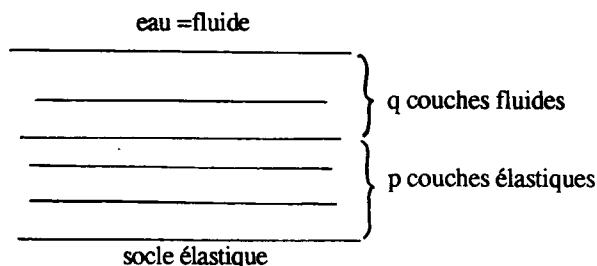


fig 7

Dans le cas d'une couche fluide, il apparaît des simplifications, dues à l'absence d'onde transversale, ce qui réduit à deux le nombre d'équations de continuité :

- conservation de la vitesse normale

- conservation de la contrainte normale.

Dans ces conditions, l'écriture de la matrice de transfert pour la couche fluide prend la forme suivante [14]:

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos P & \frac{\cos \theta \sin P}{\rho c \omega} & 0 \\ 0 & \frac{-\rho c \omega \sin P}{\cos \theta} & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

avec: $P = \alpha_n d$, avec d épaisseur de la couche, et $\alpha_n = (k_n^2 - \sigma^2)^{1/2}$,
 $k_n = \omega / c$ est le nombre d'onde dans la couche repérée par l'indice n ,
 $\sigma = k_n \sin \theta_n = k_{n+1} \sin \theta_{n+1}$ est la composante selon x du vecteur d'onde

La relation (1.15) correspondant à une couche fluide et les éléments (a_{ik}) de l'annexe 1 correspondant à une couche solide, nous permettent maintenant de calculer la matrice globale A pour un milieu à n couches discrètes quelconques.

1.3.3 COEFFICIENT DE REFLEXION D'UN MULTICOUCHE SUR UN FOND SOLIDE ELASTIQUE

On rappelle maintenant l'expression du coefficient de réflexion R , pour le milieu multicouche étudié ici, selon l'analyse faite par Brekhovskikh. Aucune énergie ne vient du fond de sorte que R s'écrit à partir des coefficients de la matrice A selon:

$$R = \frac{Z_{in} - Z_{n+1}}{Z_{in} + Z_{n+1}} \quad (1.16)$$

où l'on a posé : $Z_{in} = \frac{i T_z^{(n+1)}}{\omega u_z^{(n+1)}}$ et $Z_{n+1} = \frac{\rho_{n+1} c_{n+1}}{\cos \theta_{n+1}}$

L'impédance d'entrée Z_{in} du milieu multicouche est donnée par : $Z_{in} = \frac{i N}{\omega D} \quad (1.17)$

où :

$$N = -[\sigma M_{32} - i\rho_1 \omega^2 (M_{33} \sin 2\gamma_1 + M_{34} \cos 2\gamma_1)] \frac{T}{W} +$$

$$\alpha_1 M_{32} - i\rho_1 \omega^2 [M_{33} \cos 2\gamma_1 - \frac{b_1^2}{c_1^2} M_{34} \sin 2\theta_1]$$

$$D = -[\sigma M_{22} - i\rho_1 \omega^2 (M_{23} \sin 2\gamma_1 + M_{24} \cos 2\gamma_1)] \frac{T}{W} +$$

$$\alpha_1 M_{22} - i\rho_1 \omega^2 [M_{23} \cos 2\gamma_1 - \frac{b_1^2}{c_1^2} M_{24} \sin 2\theta_1]$$

le rapport $\frac{T}{W}$ (W est le coefficient de transmission en ondes longitudinales et T est le coefficient de transmission en ondes transversales) étant défini par :

$$\frac{T}{W} = - \frac{\sigma A_{41} - \alpha_1 A_{42} + i\rho_1 \omega^2 A_{43} \cos 2\gamma_1 - i\rho_1 \omega^2 \frac{b_1^2}{c_1^2} A_{44} \sin 2\theta_1}{K_1 A_{41} \cos \gamma_1 + \sigma A_{42} - i\rho_1 \omega^2 A_{43} \sin 2\gamma_1 - i\rho_1 \omega^2 A_{44} \cos 2\gamma_1}$$

les termes M_{ik} sont des quantités complexes données par : $M_{ik} = \frac{A_{ik} - A_{i1} A_{4k}}{A_{41}}$

avec $i, k = 2, 3, 4$,

$$\alpha_1 = (k_1^2 - \sigma^2)^{1/2}; \beta_1 = (\kappa_1^2 - \sigma^2)^{1/2},$$

$k_1 = \omega/c_1$ et $\kappa_1 = \omega/b_1$, les nombres d'onde longitudinaux et transversaux dans le milieu 1,

c_1 et b_1 les vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales dans le milieu 1,

$$\sin \theta_1 = \sigma/k_1, \sin \gamma_1 = \sigma/\kappa_1.$$

Au terme de cette étude théorique on a rappelé tous les éléments qui seront utilisés pour le calcul du coefficient de réflexion des stratifiés étudiés par la suite:

-dans le cas des stratifiés insonifiés en incidence normale, on utilisera les formules établies au paragraphe 1.2, en y introduisant un angle d'incidence nul ($\theta=0$).

- dans le cas de stratifiés insonifiés en incidence oblique, on utilisera les calculs du paragraphe 1.3.

2. AFFAIBLISSEMENT DU COEFFICIENT DE REFLEXION D'UNE CIBLE A L'AIDE D'UN REVETEMENT MULTICOUCHE

Rappelons que l'on cherche à affaiblir le coefficient de réflexion d'un milieu très réfléchissant en le recouvrant d'un multicouche. Pour cela, dans ce travail faire on emploierades milieux homogènes à faces parallèles.

La méthode exposée ici pour affaiblir le coefficient de réflexion est la même que celle utilisée pour des ondes électromagnétiques. Elle est directement transposable aux ondes acoustiques en incidence normale dans des milieux quelconques (fluides ou solides élastiques). Elle a été développée dès 1946 pour des revêtements à deux et trois couches en optique par King *et al* [3], et Luther *et al* [2]. On retrouve des exploitations plus récentes de cette méthode par L.M Brekhovskikh[1] en 1960 et J. Mouchart *et al* [4] en 1990.

NB: Transposition caractéristiques optiques -caractéristiques acoustiques

Les travaux d'optique sur lesquels on s'appuie utilisent pour caractériser un milieu l'indice de réfraction:

$$\tilde{n} = n - i k$$

avec $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ où ϵ est la permittivité et μ la perméabilité magnétique.

k qui traduit l'absorption dans le milieu (pertes magnétiques et diélectriques)

Mais on peut définir aussi la notion d'impédance d'un matériau: $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{\mu}{n}$, soit $1/n$ quand $\mu=1$ (matériau purement diélectrique).

Pour passer des formules d'optique (présentées dans les publications citées), aux formules régissant le coefficient de réflexion en acoustique sous marine, il suffit d'effectuer le changement de variable $Z \rightarrow 1/n$. L'analogie entre toutes les formules est alors totale.

Les notations concernant les caractéristiques des milieux, utilisées dans toute la suite:

seront :

- ρ_i masse volumique du milieu i ,
- c_i vitesse du son dans le milieu i (vitesse longitudinale pour les milieux élastiques),
- $Z_i = \rho_i c_i$ impédance du milieu i ,
- $k_i = 2\pi / \lambda_i$ vecteur d'onde dans le milieu i ,
- $\lambda_i = c_i / f$ longueur d'onde dans le milieu i à la fréquence f ,
- d_k épaisseur de la couche k .

2.1. PARAMETRES UTILISES DANS LES CALCULS

Après avoir dégagé pour des revêtements à une, deux et trois couches les conditions à imposer pour atténuer la réflexion de la structure métallique qu'ils recouvrent, on regardera des exemples d'application de ces revêtements. On tracera ainsi le coefficient de réflexion en incidence normale en fonction de la fréquence entre 200 kHz et 800 kHz, pour chaque stratifié défini. Cette bande de fréquence correspond à la bande passante des transducteurs utilisés dans la phase expérimentale au laboratoire. On tracera également le coefficient de réflexion de ces mêmes stratifiés insonnés en incidence oblique à la fréquence de 500 kHz, de façon à déterminer si les revêtements calculés en incidence normale sont aussi efficaces pour l'incidence oblique.

Pour les calculs numériques on a choisi:

- de l'aluminium comme milieu semi-infini inférieur, car c'est un matériau courant qui permet d'effectuer des vérifications expérimentales.
- de l'eau à la température de 25° C, comme milieu semi infini supérieur .

c =vitesse longitudinale, c_t = vitesse transversale, ρ = masse volumique, $Z=\rho c$ impédance

	c	c_t	ρ	Z
eau	1500 m/s		1000 kg/m ³	1500.10^3 kg/s/m ²
aluminium	6300 m/s	3100 m/s	2700 kg/m ³	171010.10^3 kg/s/m ²

On a donné dans le chapitre précédent (partiel1) les formules permettant de calculer le coefficient de réflexion d'un multicouche quelconque. On se rapporte au calcul du paragraphe 1.2 pour toutes les expressions du coefficient de réflexion évoquées par la suite .

Les couches considérées sont indifféremment fluides ou élastiques, car travaillant en incidence normale seules les ondes de compression se propagent. Les matériaux choisis pour modéliser les revêtements correspondent soit à des matériaux purs [7], soit à des matériaux composites (résine polyester ou polyuréthane chargée) [6].

2.2 REVETEMENT MONOCOUCHE

Considérons une couche (2) sur un socle solide élastique semi-infini (1) comme représenté sur la figure 8.

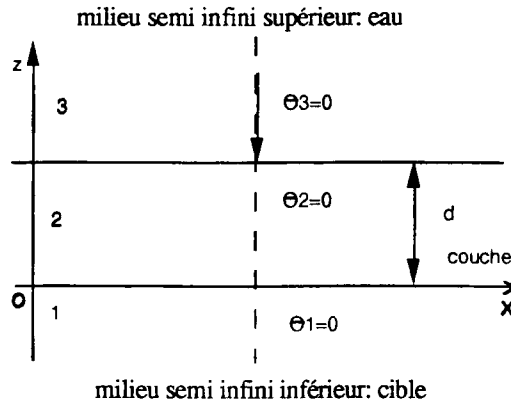


Fig 8

Le coefficient de réflexion R d'un tel stratifié attaqué en incidence normale se déduit à partir de la formule (1.6) où on a introduit $\theta_i = 0$ pour $i=1, 2, 3$, s'écrit:

$$R = \frac{Z_2(Z_1 - Z_3) \cos \frac{2\pi d_2}{\lambda_2} - i(Z_2^2 - Z_1 Z_3) \sin \frac{2\pi d_2}{\lambda_2}}{Z_2(Z_1 + Z_3) \cos \frac{2\pi d_2}{\lambda_2} - i(Z_2^2 + Z_1 Z_3) \sin \frac{2\pi d_2}{\lambda_2}} \quad (2.1)$$

Pour annuler R à une fréquence donnée il faut annuler son numérateur, pour cela il faut que :

$$d_2 = (2n+1) \lambda_2 / 4 = (2n+1) c_2 / 4 f, \quad n \in \mathbb{N} \quad (2.2)$$

alors $\cos \frac{2\pi d_2}{\lambda_2} = 0$ à la fréquence f .

puis il faut: $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$ (2.3)

pour annuler le coefficient du terme sinus.

Lorsque les conditions (2.2) et (2.3) sont satisfaites, R s'annule à la fréquence f, la transmission est alors totale.

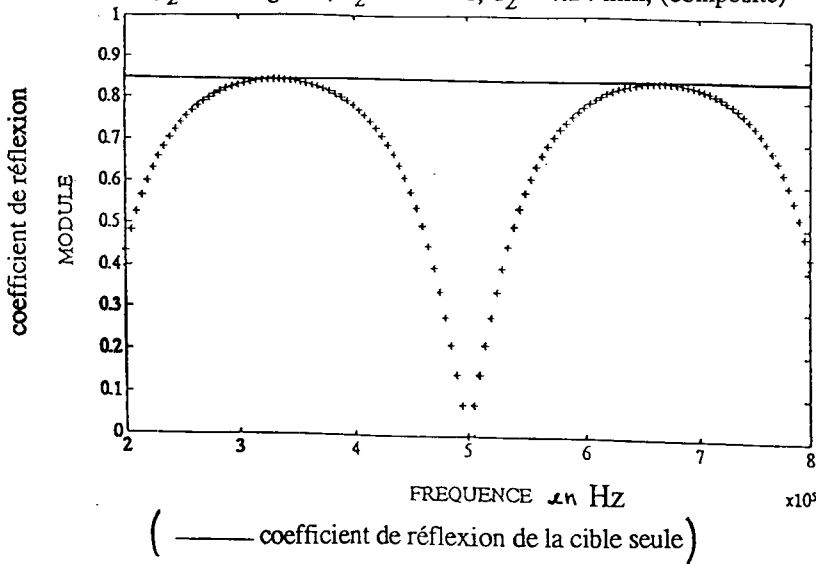
N.B:

Dans le cas étudié Z_1 ne peut être égal à Z_3 .

On va étudier maintenant sur quelques exemples numériques l'influence d'un revêtement moncouche vérifiant les conditions (2.2) et (2.3), sur le coefficient de réflexion. La courbe 1 montre l'allure du coefficient de réflexion d'un stratifié vérifiant les deux conditions (2.2) et (2.3), en fonction de la fréquence pour une incidence normale.

caractéristiques des couches :

$$\rho_2 = 1780 \text{ kg/m}^3, c_2 = 2830 \text{ m/s}, d_2 = 4.24 \text{ mm, (composite)}$$



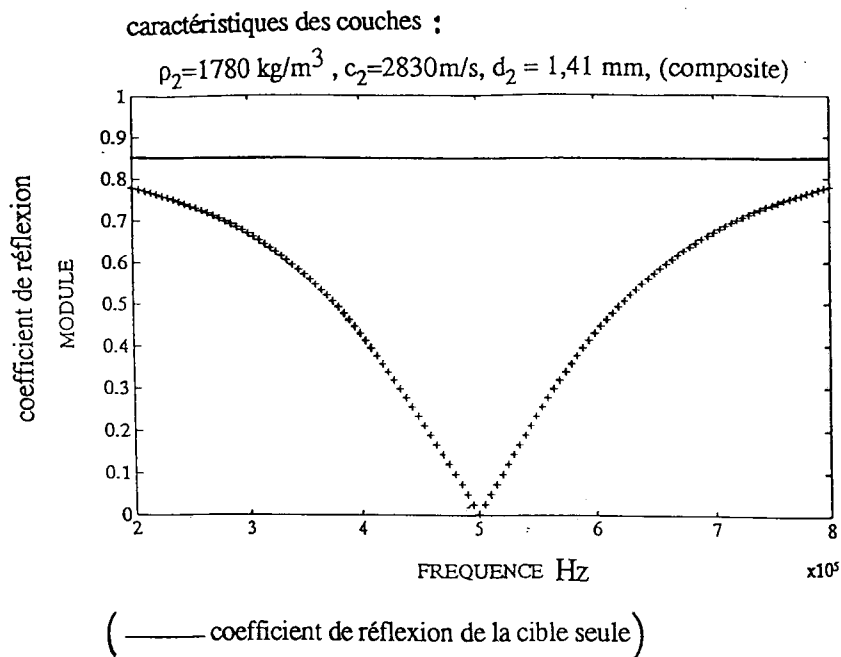
COURBE 1

Coefficient de réflexion $R(f)$ d'un moncouche $3\lambda/4$ à 500 kHz, $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$

- Influence de l'épaisseur -

On désignera sous le nom couche "quart d'onde" toute couche d'épaisseur $d = (2n+1)\lambda/4$, avec n entier naturel.

Pour une épaisseur du revêtement égale à $(2n+1)c/4f$, R s'annule à la fréquence f et aux fréquences égales $(\frac{2n'+1}{2n+1} f)$. ainsi, quand n décroît les fréquences où R s'annulent se rapprochent les unes des autres, inversement elles s'éloignent quand n croît. C'est ce que l'on peut observer par comparaison des courbes 1, 2 et 3, où l'épaisseur de la couche a été prise respectivement égale à $3\lambda/4$, $\lambda/4$, $5\lambda/4$.

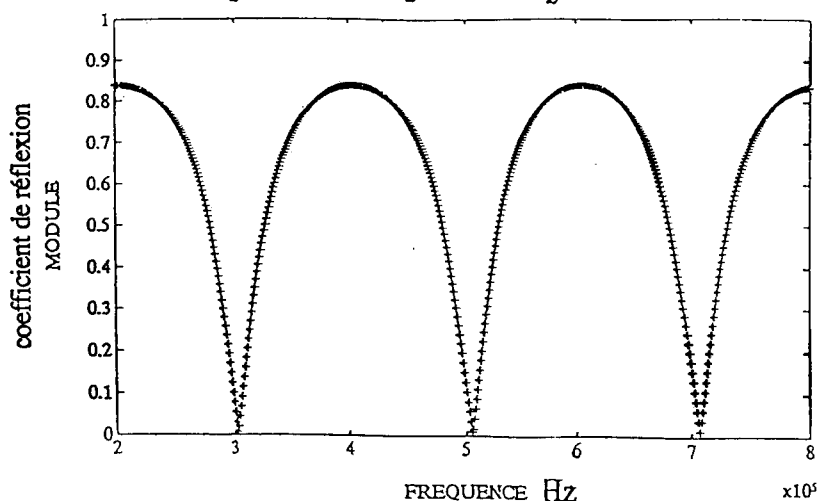


COURBE 2

Coefficient de réflexion $R(f)$ d'un monocouche $\lambda/4$ à 500 kHz $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$

caractéristiques des couches :

$$\rho_2 = 1780 \text{ kg/m}^3, c_2 = 2830 \text{ m/s}, d_2 = 5\lambda/4 = 7 \text{ mm}$$



COURBE 3

Coefficient de réflexion $R(f)$ d'un monocouche $5\lambda/4$ à 500 kHz $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$

- Position des maxima du coefficient de réflexion -

Les valeurs maximales de R correspondent à des fréquences pour lesquelles l'épaisseur d est égale à un multiple de $\lambda/2$. A ces fréquences $\tan 2\pi d/\lambda$ s'annule et R s'écrit:

$$R = (Z_1 - Z_3) / (Z_1 + Z_3)$$

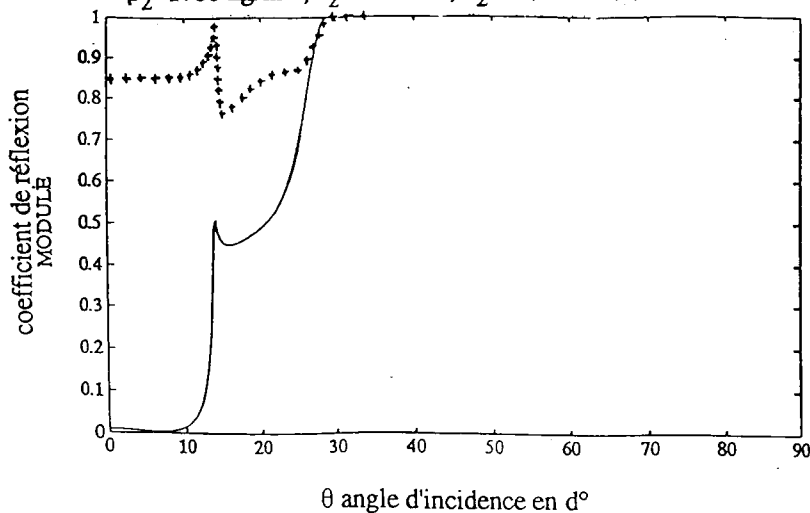
Dans notre cas on a $R = 0.837$. On retrouve bien cette valeur sur les courbes.

La courbe 4 montre l'évolution du coefficient de réflexion d'un revêtement monocouche "quart d'onde" à 500 kHz en fonction de l'angle d'incidence. On peut noter que l'on retrouve les angles critiques de l'aluminium : $\text{Arcsin}(1500/6300) = 13.77^\circ$ angle critique des ondes longitudinales, et $\text{Arcsin}(1500/3100) = 28.9^\circ$ angle critique des ondes transversales. Au delà d'un angle d'incidence de 13° il y a réflexion totale des ondes longitudinales à l'interface aluminium-composite, ce qui explique la brusque augmentation des valeurs du coefficient de réflexion à partir de cette incidence.

+++ coefficient de réflexion de la cible seule

caractéristiques des couches :

$\rho_2=1780 \text{ kg/m}^3$, $c_2=2830 \text{ m/s}$, $d_2 = 1,41 \text{ mm}$, (composite)



COURBE 4

Coefficient de réflexion $R(\theta)$ d'un monocouche $\lambda/4$ à 500 kHz $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$

En conclusion de ces essais, on peut souligner :

- que le revêtement monocouche bien qu'ayant été calculé pour être peu réfléchissant pour une insonification en incidence normale, garantit un coefficient de réflexion inférieur à 0,1 pour des incidences jusqu'à environ 13° (angle critique des ondes longitudinales dans l'aluminium).
- d'autre part, des revêtements d'épaisseurs $\lambda/4$ permettent une diminution du coefficient de réflexion sur une bande de fréquence plus large que ces mêmes revêtements d'épaisseur $(2n+1)\lambda/4$, ($n \geq 2$). Ceci est intéressant pour les applications techniques car les revêtements obtenus seront moins encombrants.

2.3 REVETEMENT BICOUCHE

On considère un revêtement à deux couches, comme indiqué sur la figure 5:

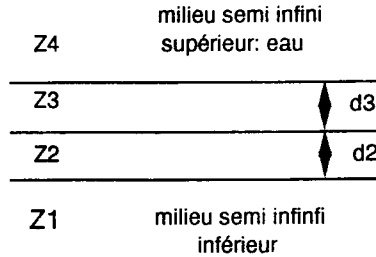


fig 5

L'expression de R se déduit des calculs du chapitre 1 (paragraphe 1.2):

$$R = N_R / D_R$$

avec:

$$N_R = Z_2 Z_3 (Z_1 - Z_4) + \delta_2 \delta_3 (Z_4 Z_2^2 - Z_1 Z_3^2) + i (Z_3 (Z_4 Z_1 - Z_1 Z_3) \delta_2 + Z_2 (Z_1 Z_4 - Z_3 Z_2) \delta_3$$

$$D_R = Z_2 Z_3 (Z_1 + Z_4) - \delta_2 \delta_3 (Z_1 Z_3^2 + Z_4 Z_2^2) - i Z_3 (Z_2^2 - Z_4 Z_2 \delta_2 + Z_2 (Z_1 Z_4 + Z_3^2) \delta_3$$

et où l'on a posé :

$$\delta_n = \tan\left(\frac{2\pi d_n}{\lambda_n}\right) \quad \text{pour } n = 2, 3$$

On applique le résultat précédemment utilisé pour une couche:

- on fixe les épaisseurs quart d'onde à la même fréquence f c'est à dire:

$$d_2 = (2n+1) \lambda_2 / 4$$

$$d_3 = (2n'+1) \lambda_3 / 4$$

(2.4)

(n et n' entiers naturels)

les termes en $\delta_2 \times \delta_3$ deviennent alors prépondérants et R se réduit à:

$$V = \frac{Z_4 Z_2^2 - Z_1 Z_3^2}{Z_1 Z_3^2 + Z_4 Z_2^2} \quad (2.5)$$

En imposant

$$Z_4 Z_2^2 - Z_1 Z_3^2 = 0 \quad (2.6)$$

R s'annule alors à la fréquence f où d_2 et d_3 ont été calculées en $(2n+1) \lambda / 4$.

On remarque que la condition (2.6) laisse un degré de liberté quant au choix des valeurs des impédances des deux couches: on peut fixer arbitrairement Z_2 et calculer Z_3 ou inversement.

NB:

Pour des empilements où le nombre de couches est supérieur ou égal à deux, les épaisseurs doivent être calculées pour une même fréquence f .

REMARQUE:

On pourrait chercher à annuler le coefficient de réflexion sans utiliser des "couches quart d'onde":

en imposant $\text{Re}(N_v)=0$ et $\text{Im}(N_v)=0$

on aboutit alors au système :

$$\begin{aligned} Z_2 Z_3 (Z_1 - Z_4) + \text{tg} \frac{2\pi d_2}{\lambda_2} \text{tg} \frac{2\pi d_3}{\lambda_3} (Z_4 Z_2^2 - Z_1 Z_3^2) &= 0 \\ Z_3 (Z_4 Z_1 - Z_1 Z_3) \text{tg} \frac{2\pi d_2}{\lambda_2} + Z_2 (Z_1 Z_4 - Z_3 Z_2) \text{tg} \frac{2\pi d_3}{\lambda_3} &= 0 \end{aligned}$$

d'inconnues δ_2 et δ_3 , dont la résolution donne les expressions de δ_2 et δ_3 en fonction de Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 . δ_2 et δ_3 donnent ensuite les valeurs de d_2 et d_3 .

Des essais numériques sur deux couches répondant à ces conditions ont été réalisés, mais n'ont pas donné de résultats encourageants en comparaison de ceux obtenus avec des couches quart d'onde. Aussi on a abandonné rapidement cette voie.

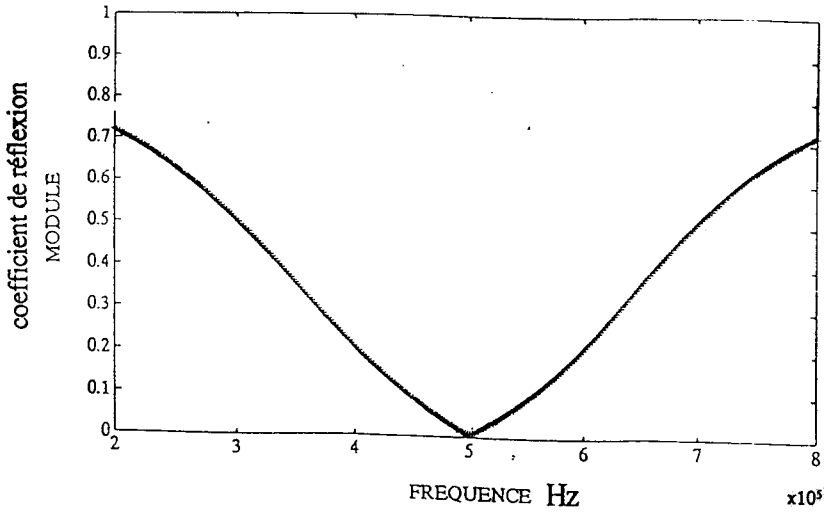
Comme précédemment pour un monocouche on regarde sur quelques exemples numériques si notre approche est bonne.

On a pu constater en faisant varier les valeurs de $Z_2 = \rho_2 c_2$ que les meilleurs profils (ceux présentant les creux les plus larges et les plus bas autour de 500kHz) étaient obtenus pour des valeurs de Z_2 qui n'engendraient pas de rupture d'impédance trop brutale avec celle de l'aluminium. La courbe 5 représente le coefficient de réflexion d'un empilement à deux couches calculé de façon à éviter une rupture d'impédance.

caractéristiques des couches :

$\rho_2 = 2500 \text{ kg/m}^3$, $c_2 = 3000 \text{ m/s}$, $d_2 = 1.5 \text{ mm}$, (composite)

$\rho_3 = 1230 \text{ kg/m}^3$, $c_3 = 1800 \text{ m/s}$, $d_3 = 0.9 \text{ mm}$, (composite)



COURBE 5

Coefficient de réflexion $R(f)$ d'un bicouche $\lambda/4$ à 500 kHz

$$Z_4 Z_2^2 - Z_1 Z_3^2 = 0$$

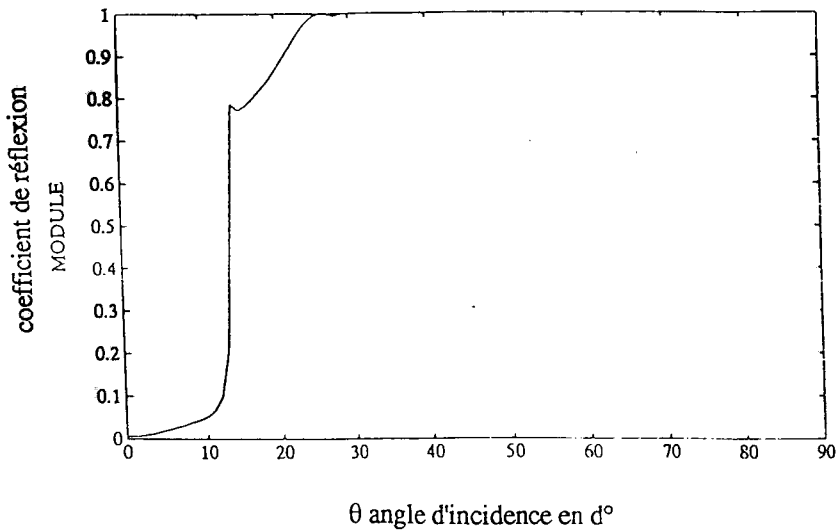
Comme pour un revêtement monocouche l'observation de la courbe 6 donnant R en fonction de l'angle d'incidence montre que:

le revêtement bicouche garantit un coefficient de réflexion inférieur à 0,1 pour une incidence jusqu'à 13° environ. Cette valeur correspond à l'angle critique des ondes longitudinales de l'aluminium, c'est pourquoi au delà de cet angle les valeurs de R augmentent brusquement (il y a réflexion totale des ondes longitudinales à l'interface couche2- aluminium).

caractéristiques des couches :

$$\rho_2 = 2500 \text{ kg/m}^3, c_2 = 3000 \text{ m/s}, d_2 = 1.5 \text{ mm}, (\text{composite})$$

$$\rho_3 = 1230 \text{ kg/m}^3, c_3 = 1800 \text{ m/s}, d_3 = 0.9 \text{ mm}, (\text{composite})$$



COURBE 6

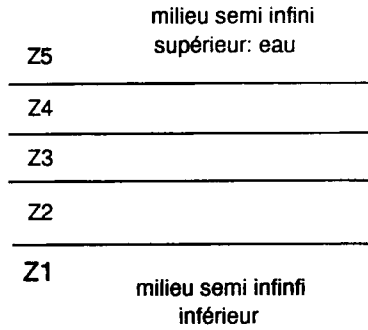
Coefficient de réflexion $R(\theta)$ d'un bicouche $\lambda/4$ à 500 kHz

$$Z_4 Z_2^2 - Z_1 Z_3^2 = 0$$

Les conclusions que l'on peut tirer des calculs numériques sur un revêtement bicouche est qu'on doit choisir la première couche (celle en contact avec l'aluminium) de façon à ne pas avoir de rupture brutale d'impédance.

2.4 REVETEMENT à TROIS COUCHES

A partir de trois couches les formules donnant R sont lourdes à manipuler, on se contentera de donner les termes dits prépondérants une fois la condition quart d'onde imposée.



Dans l'expression de R pour trois couches interviennent les caractéristiques suivantes:

- Z1 impédance du milieu semi infini inférieur
- Z2, Z3, Z4 impédances respectives des couches 2, 3, 4
- Z5 impédance du milieu semi infini supérieur:

$$- \delta_n = \tan \frac{2\pi d_n}{\lambda_n} \quad \text{pour } n=2, 3, 4$$

Pour annuler R à une fréquence f donnée on impose: les épaisseurs d2, d3, d4 des trois couches en $(2n+1) \lambda/4$, les termes en $\delta_1 \delta_2 \delta_3 \delta_4 \delta_5$ deviennent alors prépondérants et R se réduit à :

$$R = \frac{Z_5 Z_1 Z_3^2 - Z_2^2 Z_4^2}{Z_5 Z_1 Z_3^2 + Z_2^2 Z_4^2} \quad (2.7)$$

Il suffit alors de réaliser la condition $Z_5 Z_1 Z_3^2 - Z_2^2 Z_4^2 = 0$

soit $\sqrt{Z_5 Z_1} Z_3 = Z_2 Z_4 \quad (2.8)$

pour annuler R à la fréquence où les épaisseurs sont quart d'onde.

REMARQUE:

Une autre façon pour annuler R consiste à annuler un des trois termes δ_2, δ_3 ou δ_4 et rendre les deux autres infinis:
 par exemple en prenant la couche 3 avec une épaisseur $d_3 = n \lambda_3 / 2$, δ_3 s'annule
 et si d2 et d4 sont quart d'onde δ_2 et δ_4 sont infinis et R se réduit à:

$$R = \frac{Z_4^2 Z_1 - Z_5 Z_2^2}{Z_4^2 Z_1 + Z_5 Z_2^2}$$

pour annuler R il faut alors : $Z_4^2 Z_1 = Z_5 Z_2^2$

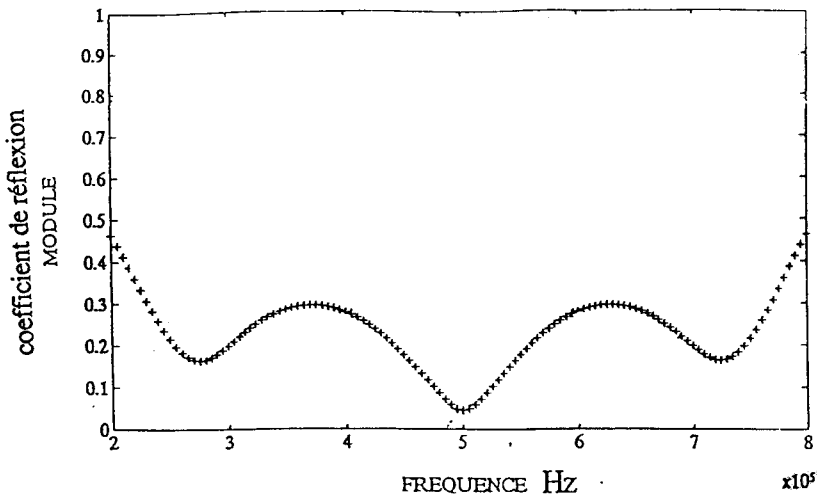
La valeur de Z_3 n'a ici aucune influence .

En fait l'allure du coefficient de réflexion obtenu est telle qu'on n'a pu tirer aucune conclusion générale, et nous avons abandonné cette approche .

Comme précédemment nous avons effectué quelques essais numériques afin de valider notre approche.

Pour un revêtement à trois couches d'épaisseur "quart d'onde" répondant à la condition (2.8), et tenant compte des remarques faites à partir des essais précédents, (à savoir: pas de ruptures brutales dans les valeurs des impédances, épaisseurs en $\lambda/4$), on peut obtenir une meilleure réduction de la réflexion qu'avec des revêtements bicouche et monocouche. Comme le montre la courbe 7, le creux de $R(f)$ autour de 500 kHz est plus large que dans les cas de revêtements mono et bi couche.

On retrouve sur le tracé de $R(\theta)$ à 500 kHz, Courbe 8, la même allure déjà observée pour les revêtements mono et bicouche en incidence : R reste inférieur à 0,1 jusqu'à une incidence correspondant à l'angle critique des ondes longitudinales dans l'aluminium.



COURBE 7

Coefficient de réflexion $R(f)$ d'un tricouche $\lambda/4$ à 500 kHz

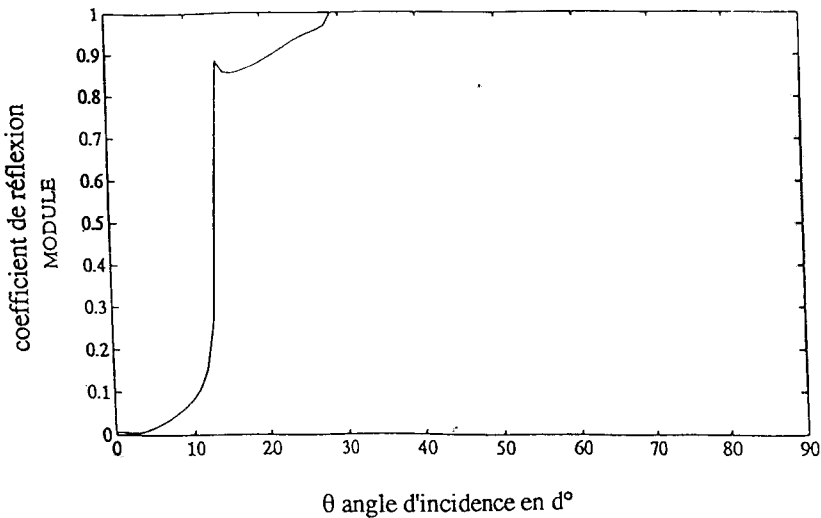
$$Z_5 Z_1 Z_3^2 - Z_2^2 Z_4^2 = 0$$

caractéristiques des couches :

$\rho_2 = 2240 \text{ kg/m}^3$, $c_2 = 3900 \text{ m/s}$, $d_2 = 1.95 \text{ mm}$, (composite)

$\rho_3 = 1670 \text{ kg/m}^3$, $c_3 = 2410 \text{ m/s}$, $d_3 = 1.2 \text{ mm}$, (composite)

$\rho_4 = 1520 \text{ kg/m}^3$, $c_4 = 1600 \text{ m/s}$, $d_4 = 0.8 \text{ mm}$, (composite).



COURBE 8

Coefficient de réflexion $R(\theta)$ d'un tricouche $\lambda/4$ à 500 kHz

$$Z_5 Z_1 Z_3^2 - Z_2^2 Z_4^2 = 0$$

2.5 GENERALISATION POUR UN REVETEMENT à N COUCHES

Les relations à vérifier par les impédances des milieux pour des revêtements à plus de trois couches se déduisent facilement en appliquant les deux principes suivants:

-les épaisseurs de chaque couche d_i sont prises égales à un nombre impair de quart de longueur d'onde calculée à la même fréquence. Ceci rend les termes en $\prod_{i=2}^{n+1} \tan \frac{2\pi d_i}{\lambda_i}$

infini dans l'expression du coefficient de réflexion R . En ne gardant alors dans R que les termes prépondérants on réduit son expression au quotient de deux termes relativement simples en fonction des impédances des milieux rencontrés (du type (2.5) et (2.7)).

-On impose alors au numérateur de R de s'annuler pour obtenir une relation sur les impédances des milieux (du type (2.6) et (2.8)).

Pour un revêtement à n couches on peut donc choisir arbitrairement les valeurs des impédances pour $n-1$ couches. Puis calculer la n ième couche en fonction des précédentes. Le choix "arbitraire" se fait cependant en évitant d'avoir de brusques variations d'impédance entre chaque couche.

EXEMPLE D'APPLICATION : REVETEMENT à QUATRE COUCHES:

La relation à satisfaire par les impédances des milieux rencontrés, une fois les épaisseurs de chacune des quatre couches fixées en $\lambda/4$, est : $Z_1 Z_3^2 Z_5^2 = Z_6 Z_4^2 Z_2^2$

Un revêtement à quatre couches améliore la réduction de la réflexion par rapport à un tricouche; comme on peut le constater sur la courbe 9, R reste inférieur à 0.2 sur toute la bande de fréquence étudiée.

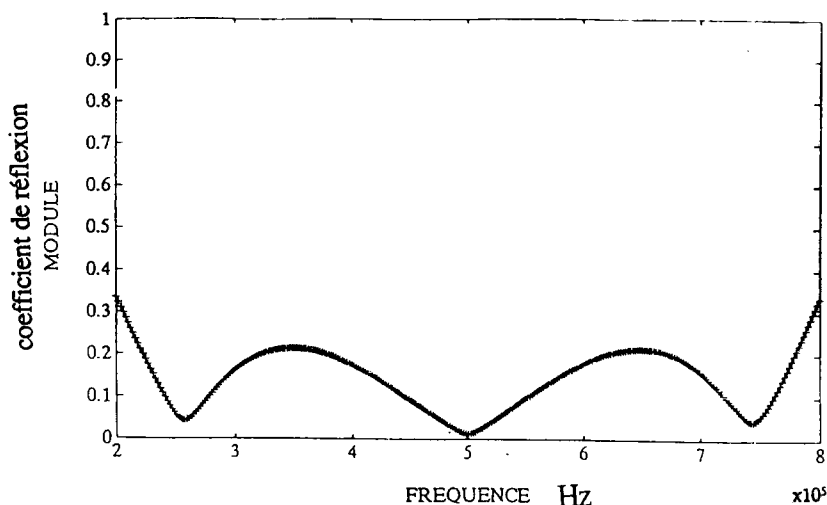
caractéristiques des couches :

$\rho_2 = 2540 \text{ kg/m}^3$, $c_2 = 5500 \text{ m/s}$, $d_2 = 2.75 \text{ mm}$, (verre macor)

$\rho_3 = 2400 \text{ kg/m}^3$, $c_3 = 3000 \text{ m/s}$, $d_3 = 1.5 \text{ mm}$, (composite)

$\rho_4 = 1430 \text{ kg/m}^3$, $c_4 = 2800 \text{ m/s}$, $d_4 = 1.4 \text{ mm}$, (composite)

$\rho_5 = 1140 \text{ kg/m}^3$, $c_5 = 2000 \text{ m/s}$, $d_5 = 1 \text{ mm}$, (composite).



COURBE 9

Coefficient de réflexion $R(f)$ d'un 4 couches $\lambda/4$ à 500 kHz

$$Z_1 Z_3^2 Z_5^2 = Z_6 Z_4^2 Z_2^2$$

CONCLUSION DU CHAPITRE

Au vue des essais réalisés, la méthode employée pour réduire la réflexion peut être considéré comme efficace sous certaines conditions d'utilisation, à savoir : insonification en incidence normale et pour une bande de fréquence de 600 kHz autour de la fréquence centrale de calcul (ici 500kHz). Le coefficient de réflexion reste ainsi inférieur à 0.2 sur la bande 200kHz-800kHz, pour le revêtement à 4 couches qui est le revêtement le moins réfléchissant défini. Il faut remarquer aussi que les revêtements testés, bien qu'ayant été calculés pour une incidence normale, sont atténuant à 500kHz jusqu'à une incidence de 13° environ: en effet au delà de cet angle d'incidence il y a réflexion totale des ondes longitudinales à l'interface avec l'aluminium.

3. ESSAI D'OPTIMISATION

Dans cette partie on étudie la façon de réduire encore, s'il se peut, la réflexion des multicouches précédemment définis. On cherche les caractéristiques d'un stratifié qui minimisent le coefficient de réflexion sur la bande de fréquence étudiée jusqu'à présent, 200 kHz-800 kHz. Pour cela on met en oeuvre un algorithme du simplexe [7, 8, 9], qui fait varier les paramètres des couches, à partir de valeurs initiales jusqu'à ce que le coefficient de réflexion en fonction de la fréquence, $R(f)$, soit minimum. On expose le principe général de la méthode du simplexe avant de l'appliquer au cas du coefficient de réflexion..

3.1 LA METHODE DU SIMPLEXE

BUT DE LA METHODE

La méthode du simplexe permet d'ajuster les paramètres d'une fonction pour qu'elle prenne des valeurs fixées. La fonction qui passe par ces valeurs est ce que nous appellerons un optimum. Le principe de base est simple, on fait varier les paramètres, un seul à la fois en gardant les autres fixes, jusqu'à ce qu'on ait atteint un optimum. La méthode présentée ici est la version modifiée ("Modified Simplex Method" ou MSM) par Mrs Nelder et Meade [10], de la "Basic Simplex Method" (BSM) .

DÉFINITION D'UN SIMPLEXE

Un simplexe est une figure géométrique dans un espace à n dimensions, constituée de $n+1$ sommets qui ne sont pas tous dans les mêmes $n-1$ dimensions (2 sommets dans la même dimension). Chaque dimension correspond à un facteur de la procédure d'optimisation. Par exemple un simplexe à 2 dimensions est un triangle, à 3 dimensions c'est un tétraèdre.

DÉMARCHE

L'optimisation commence par le choix de $n+1$ jeux de paramètres (chacun constituant un sommet du simplex à n dimensions) pour lesquels on évalue la réponse (les valeurs de la fonction pour chacun d'entre eux).

Après avoir évalué la réponse en chaque point, on ordonne les sommets de celui qui donne la meilleure réponse , à celui donnant la plus mauvaise . Le sommet donnant la plus mauvaise



reponse est écarté. L'algorithme se poursuit en remplaçant le plus mauvais sommet par des combinaisons linéaires des autres sommets, on peut consulter en annexe 2 la description de l'algorithme.

3.2 APPLICATION AU CAS DU COEFFICIENT DE REFLEXION D'UN MULTICOUCHE

On veut que le coefficient de réflexion R , fonction de la fréquence et des caractéristiques des couches (masse volumique ρ , épaisseur d , et c vitesse de propagation dans la couche), prenne certaines valeurs sur un intervalle de fréquence fixé 200kHz-800kHz.

On connaît l'expression de $R(f, p_i)$ où f est la variable fréquence, et $(p_i)_i$ les paramètres. Cette expression est celle obtenue à partir des rappels théoriques de la partie 1, paragraphe 1.2. S'il y a n paramètres p_i désigne un n -uplet. A chaque n -uplet p_i correspond une fonction $R_p(f)$ différente. Les paramètres qui varient sont pour chaque couche le rapport d/c et Z l'impédance du matériau constituant la couche. Il y a donc $2n$ paramètres pour un revêtement à n couches.

Sur le plan pratique on a utilisé un programme du logiciel MATLAB de la méthode modifiée du simplexe. Il fait appel à un sous-programme contenant la formule de $R(f, p_i)$.

La fonction à minimiser n'est pas R coefficient de réflexion. On a effectué des essais avec deux fonctions différentes à minimiser :

$$\sum_{f_k} |R(f_k)|^2, \text{ soit un critère de norme quadratique,}$$

ou $\text{Max} |R(f_k)|$, soit un critère de minimax.

On notera que les $n+1$ jeux de paramètres au départ de l'algorithme sont calculés comme suit: à partir d'un vecteur initial $[p_{in}(1) \dots p_{in}(n)]$ choisi par l'opérateur, l'algorithme calcule $n+1$

jeux $v(j)$, pour $j=1$ à $n+1$

$$v(j) = \begin{cases} p_{in}(l) & \text{pour } j=l \\ 1,1 \, p_{in}(l) & \text{si } p_{in}(l)=0 \\ 0.1 & \text{si } p_{in}(l) \neq 0 \end{cases} \quad \text{pour } l=j$$

et $v(n+1) = 0.9 \, p_{in}(i) \quad i=1 \text{ à } n$

3.3 RESULTATS NUMERIQUES DE L'OPTIMISATION

3.3.1 MONOCOUCHE

Sur un revêtement monocouche on a réalisé des essais avec les deux critères précédemment définis, norme quadratique et minimax.

Dans les deux cas on a pu constater après de nombreux essais que lorsque la valeur initiale du paramètre d/c n'est pas trop éloignée de la solution finale (valeur qui donne un coefficient de réflexion minimum), l'algorithme ressort des valeurs des paramètres tels que :

- Z_2 vérifie assez bien la relation $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$

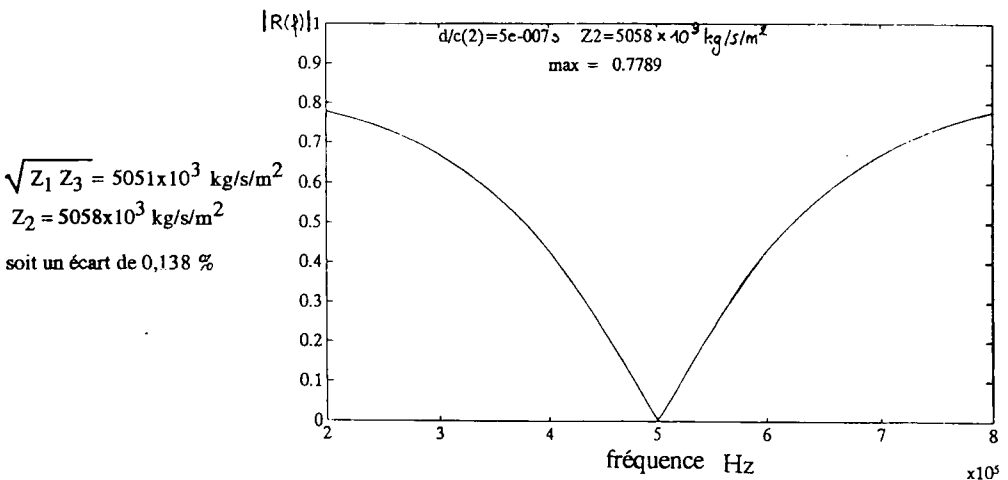
(Z_1 impédance de la cible en aluminium, Z_3 impédance de l'eau).

- d_2/c_2 correspond à une épaisseur quart d'onde à 500kHz

Ceci est illustré par la courbe 3.1 ci-dessous où on a utilisé un critère de minimax.

paramètres initiaux [Z_2 d_2/c_2] = [2×10^6 kg/s/m² 5×10^{-7} s]

paramètres finaux [Z_2 d_2/c_2] = [5058×10^3 kg/s/m² 5×10^{-7} s]



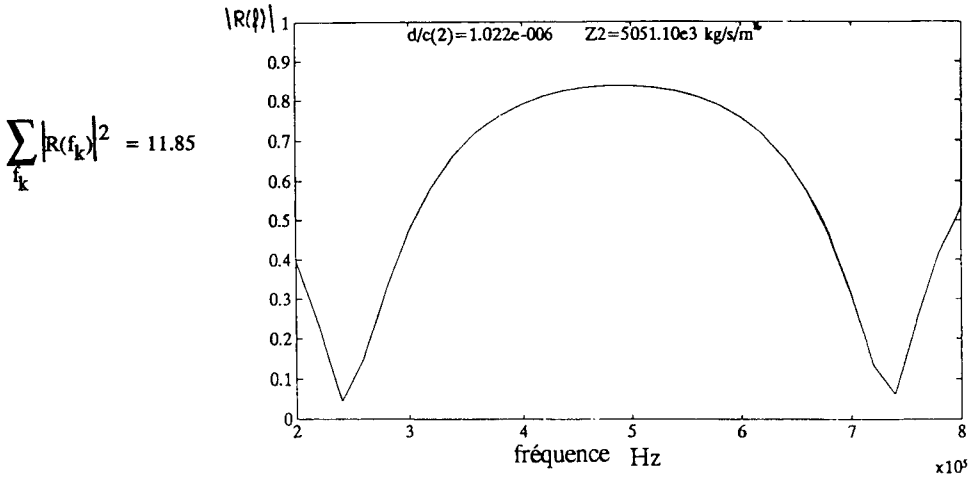
Courbe 3.1

Coefficient de réflexion monocouche optimisé

Ce profil optimisé est exactement superposable au coefficient de réflexion obtenu dans la partie 2 pour un revêtement monocouche d'épaisseur quart d'onde à 500 kHz, $d_2 = 1.41 \text{ mm}$, et d'impédance vérifiant $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$, ($\rho_2 = 1780 \text{ kg/m}^3$, $c_2 = 2830 \text{ m/s}$).

Mais lorsque la valeur initiale du paramètre d/c est trop éloignée de la solution l'algorithme fournit un résultat tel celui de la courbe 3.2 ci-dessous, où la fonction à minimiser correspond à un critère de norme quadratique.

$$\begin{aligned} \text{paramètres initiaux } [Z_2 \ d_2/c_2] &= [2 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2 \quad 5 \times 10^{-7} \text{ s}] \\ \text{paramètres finaux } [Z_2 \ d_2/c_2] &= [5051 \times 10^3 \text{ kg/s/m}^2 \quad 1,022 \times 10^{-6} \text{ s}] \end{aligned}$$

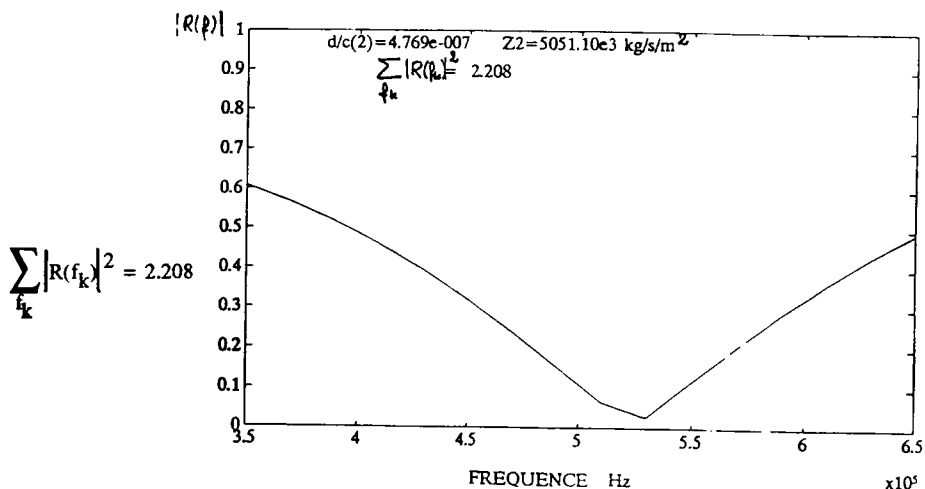


Courbe 3.2

Coefficient de réflexion monocouche optimisé

On observe deux creux qui correspondent à des fréquences où l'épaisseur est en $\lambda/4$ et en $3\lambda/4$. Il s'agit en fait de minimums locaux d'où l'algorithme n'arrive pas à sortir.

En restreignant l'intervalle d'étude en fréquences on peut constater, courbe 3.3, que l'on retrouve les résultats obtenus avec le critère précédent, à savoir Z_2 vérifie assez bien la relation $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$ et d_2/c_2 correspond à une épaisseur quart d'onde à 500kHz, même lorsque la valeur initiale du paramètre d/c est éloignée de la solution.



Courbe 3.3

Ce dernier point montre qu'une bande de fréquences de largeur 600 kHz est sans doute trop ambitieuse pour une optimisation d'un revêtement monocouche.

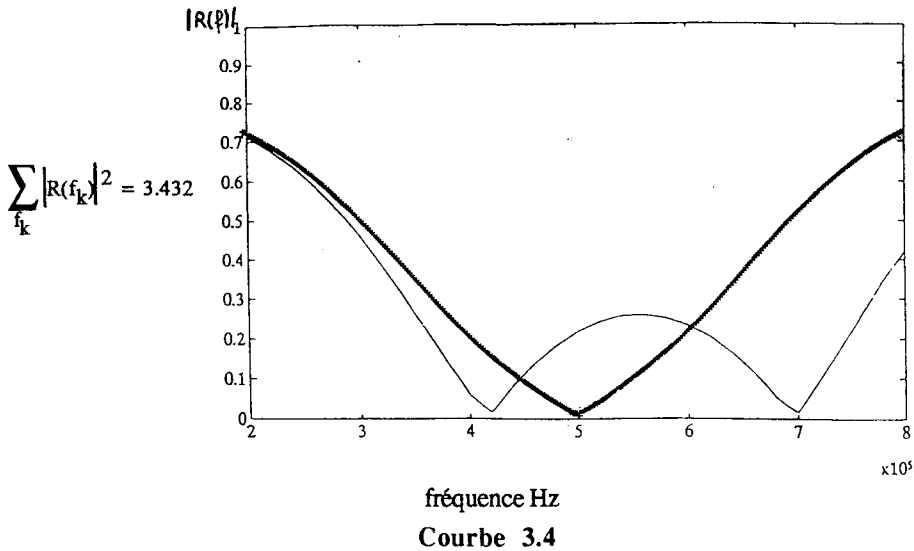
Ces essais d'optimisation sur un revêtement monocouche semblent montrer que la réduction du coefficient de réflexion obtenue avec un revêtement monocouche d'épaisseur quart d'onde et d'impédance vérifiant la relation $Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$, est optimale. En effet les valeurs du coefficient de réflexion d'un monocouche optimisé ne sont pas inférieures à celles du coefficient de réflexion d'un monocouche calculé dans la partie 2, courbe 2.

3.3.2 BICOUCHE

La fonction à minimiser au cours de ces essais était $\sum_{f_k} |R(f_k)|^2$, sur l'intervalle [200 kHz-800 kHz]. Les paramètres sont $[Z_2 \ Z_3 \ d_2/c_2 \ d_3/c_3]$. On voit sur la courbe 3.4 que l'algorithme trouve des valeurs des paramètres des couches tels que la réduction du coefficient de réflexion intervient sur une bande de fréquences plus large que dans le cas du revêtement bicouche d'épaisseurs quart d'onde calculé dans la partie 2.

N.B A partir de maintenant les impédances sont exprimées en kg/s/m² et les rapports d/c en seconde.

paramètres initiaux [Z_2 Z_3 d_2/c_2 d_3/c_3]=[5×10^6 3×10^6 5×10^{-7} 5×10^{-7}]
paramètres finaux [Z_2 Z_3 d_2/c_2 d_3/c_3]=[$8,119 \times 10^6$ $3,142 \times 10^6$ $4,5 \times 10^{-7}$ $4,5 \times 10^{-7}$]



- +++++++
- coefficient de réflexion bicouche "quart d'onde"
- $\rho_2 = 2500 \text{ kg/m}^3, c_2 = 3000 \text{ m/s}, d_2 = 1.5 \text{ mm}$
- $\rho_3 = 1230 \text{ kg/m}^3, c_3 = 1800 \text{ m/s}, d_3 = 0.9 \text{ mm}$
- _____
- coefficient de réflexion bicouche optimisé

3.3.3 RENETEMENT à N COUCHES

Les courbes 3.5 à 3.7, illustrant les essais d'optimisation sur des revêtements à 3, 4 et 5 couches, montrent que l'algorithme peut trouver des paramètres permettant d'obtenir des valeurs du coefficient de réflexion très faibles sur la bande de fréquence étudiée.

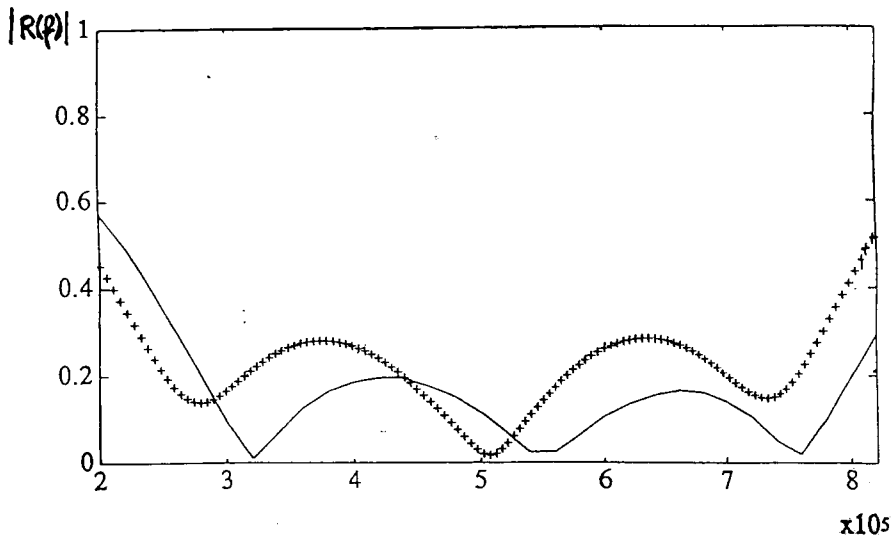
paramètres initiaux

$$[Z_2 \ Z_3 \ Z_4 \ d_2/c_2 \ d_3/c_3 \ d_4/c_4] = [5 \times 10^6 \ 3 \times 10^6 \ 3 \times 10^6 \ 5 \times 10^{-7} \ 5 \times 10^{-7} \ 5 \times 10^{-7}]$$

paramètres finaux

$$[Z_2 \ Z_3 \ Z_4 \ d_2/c_2 \ d_3/c_3 \ d_4/c_4] = [1,033 \times 10^7 \ 5,051 \times 10^6 \ 2,47 \times 10^6 \ 4,57 \times 10^{-7} \ 4,68 \times 10^{-7} \ 4,57 \times 10^{-7}]$$

$$\sum_{f_k} |R(f_k)|^2 = 1.356$$



fréquence en Hz

Courbe 3.5

+++++ coefficient de réflexion tricouche "quart d'onde"

$\rho_2 = 2240 \text{ kg/m}^3$, $c_2 = 3900 \text{ m/s}$, $d_2 = 1.95 \text{ mm}$, (composite)

$\rho_3 = 1670 \text{ kg/m}^3$, $c_3 = 2410 \text{ m/s}$, $d_3 = 1.2 \text{ mm}$, (composite)

$\rho_4 = 1520 \text{ kg/m}^3$, $c_4 = 1600 \text{ m/s}$, $d_4 = 0.8 \text{ mm}$, (composite).

_____ coefficient de réflexion tricouche optimisé

paramètres initiaux

$$Z_2 = 5 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_3 = 5 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_4 = 3 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_5 = 3 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$d_2/c_2 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_3/c_3 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_4/c_4 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_5/c_5 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

paramètres finaux

$$Z_2 = 1.216 \times 10^7 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_3 = 6.96 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_4 = 3.666 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_5 = 2.098 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

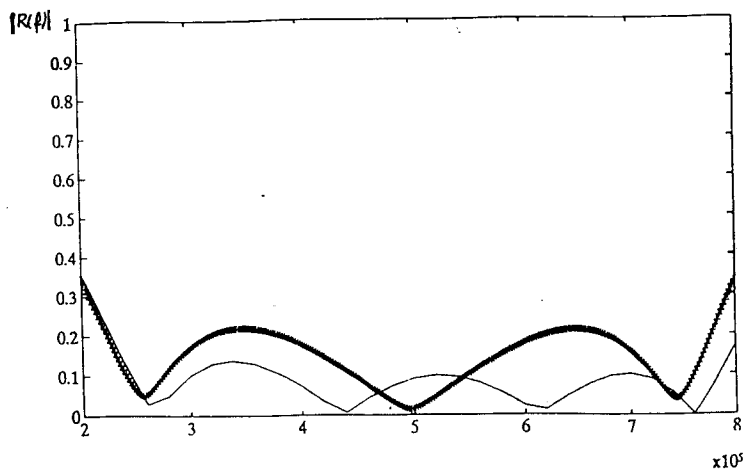
$$d_2/c_2 = 4.76 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_3/c_3 = 4.869 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_4/c_4 = 4.869 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_5/c_5 = 4.761 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$\sum_{f_k} |R(f_k)|^2 = 0.838$$



fréquence en Hz

Courbe 3.6

+++++ coefficient de réflexion 4 couches quart d'onde

$$\rho_2 = 2540 \text{ kg/m}^3, c_2 = 5500 \text{ m/s}, d_2 = 2.75 \text{ mm, (verre macor)}$$

$$\rho_3 = 2400 \text{ kg/m}^3, c_3 = 3000 \text{ m/s}, d_3 = 1.5 \text{ mm, (composite)}$$

$$\rho_4 = 1430 \text{ kg/m}^3, c_4 = 2800 \text{ m/s}, d_4 = 1.4 \text{ mm, (composite)}$$

$$\rho_5 = 1140 \text{ kg/m}^3, c_5 = 2000 \text{ m/s}, d_5 = 1 \text{ mm, (composite)}.$$

_____ coefficient de réflexion 4 couches optimisées

paramètres initiaux

$$Z_2 = 5 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_3 = 5 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_4 = 3 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_5 = 3 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_6 = 3 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$d_2/c_2 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_3/c_3 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_4/c_4 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_5/c_5 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_6/c_6 = 5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

paramètres finaux

$$Z_2 = 1.365 \times 10^7 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_3 = 8.799 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_4 = 5.098 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_5 = 2.927 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$Z_6 = 1.893 \times 10^6 \text{ kg/s/m}^2$$

$$d_2/c_2 = 4.445 \times 10^{-7} \text{ s}$$

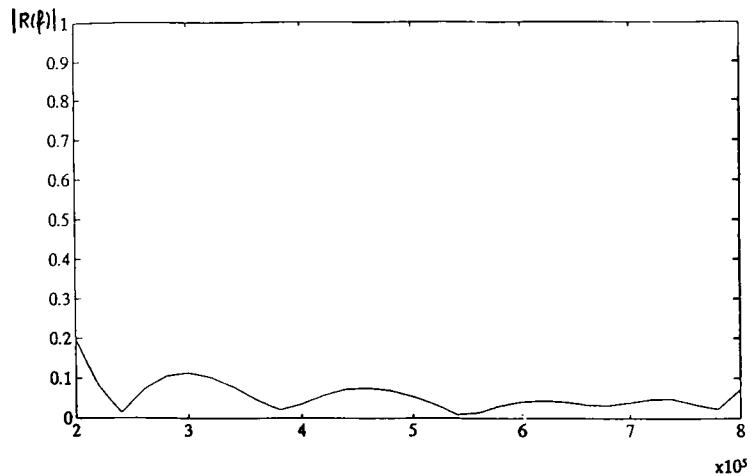
$$d_3/c_3 = 4.894 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_4/c_4 = 4.860 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_5/c_5 = 4.862 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d_6/c_6 = 4.861 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$\sum_k |R(f_k)|^2 = 0.1393$$



fréquence en Hz

Courbe 3.7

coefficient de réflexion revêtement 5 couches optimisé

Mais dans ces trois cas les valeurs de Z_2 , impédance de la première couche en contact avec la cible, dictée par l'algorithme est trop élevée pour être réalisable en composite. En fait on s'aperçoit que l'algorithme essaye de réaliser la meilleure adaptation d'impédance entre l'eau et la cible. Il faudrait fixer l'impédance de la première couche en contact avec la cible à la plus grande valeur que l'on sache fabriquer, c'est à dire $9000 \times 10^3 \text{ kg/s/m}^2$, et réaliser l'optimisation sur les paramètres des couches suivantes.

CONCLUSION DU CHAPITRE

On peut dégager de ces essais d'optimisation plusieurs conclusions:

- pour le revêtement monocouche:

la diminution du coefficient de réflexion obtenue avec un monocouche "quart d'onde" répondant à la relation (2.3) est optimale .

- pour des revêtements à plus d'une couche:

il est sans doute possible d'obtenir une meilleure réduction du coefficient de réflexion que celle obtenue avec des revêtements quart d'onde, en réalisant la meilleure adaptation d'impédance possible entre l'eau et la cible .

Il faut souligner que les problèmes d'optimisation non linéaire ne sont pas triviaux. La présence d'extrêmes locaux peut perturber la recherche de l'algorithme car elle reste alors confinée au voisinage de ces extrêmes. Le choix des valeurs de départ a d'autre part une grande influence sur l'évolution de la recherche. Pour exploiter au maximum l'algorithme du simplexe, il faudrait réaliser d'autres essais suivant la démarche précédemment signalée, à savoir fixer l'impédance de la première couche en contact avec la cible et optimiser les paramètres des couches suivantes.

4. PRISE EN COMPTE DE L'ATTENUATION

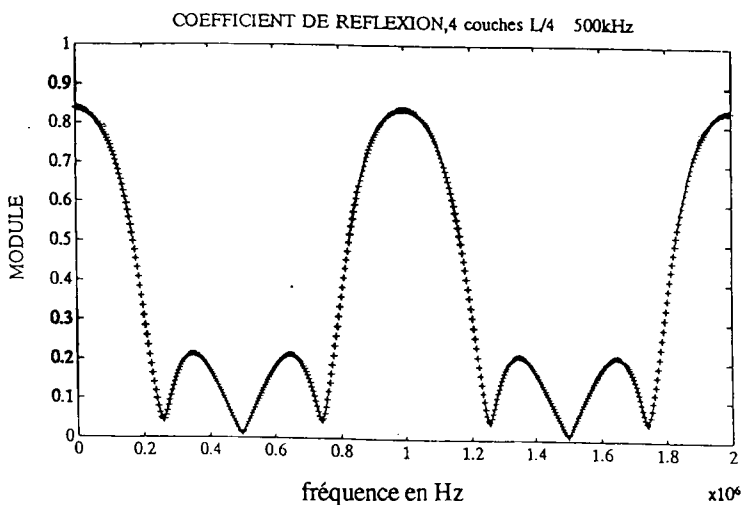
Les matériaux utilisés jusqu'à présent étaient considérés comme non atténuants. En fait les matériaux étant composites, résines chargées, ils engendrent une perte d'énergie due à la diffusion et à l'absorption. Nous cherchons à étudier comment agit cette atténuation sur le coefficient de réflexion, en espérant qu'elle permette une diminution supplémentaire de la réflexion.

4.1 REMARQUE SUR LES VALEURS MAXIMALES DU COEFFICIENT DE REFLEXION

Les valeurs maximales du coefficient de réflexion apparaissent pour les fréquences auxquelles les épaisseurs d_i sont égales à des multiples entiers de demi longueur d'onde: à ces fréquences tous les termes en $\tan(2\pi d_i/\lambda_i)$, dans l'expression du coefficient de réflexion R s'annulent et il se réduit à :

$$R = \frac{Z_{\text{alu}} - Z_{\text{eau}}}{Z_{\text{alu}} + Z_{\text{eau}}}$$

La valeur maximale du coefficient de réflexion est donc la même, égale à 0,837, pour tous les revêtements, puisque les caractéristiques des milieux semi infinis inférieur et supérieur sont fixées. Ainsi pour un revêtement à quatre couches, en traçant sur une bande de fréquence plus large que celle étudiée jusqu'à présent, on retrouve cette valeur maximale. (courbe 10)



COURBE 10

On peut espérer abaisser la valeur maximale du coefficient de réflexion en tenant compte de l'atténuation dans les matériaux utilisés.

4.2 DEFINITION DE L'ATTENUATION

Dans un milieu idéal parfait homogène l'amplitude et l'énergie d'une onde plane sont constantes. Dans les milieux réels l'amplitude A et l'énergie I décroissent exponentiellement avec la distance parcourue:

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x}$$

$$I(x) = I_0 e^{-2\alpha x}$$

où α est le coefficient d'atténuation.

Le terme atténuation regroupe en fait deux phénomènes de pertes d'amplitude: des pertes par diffusion, c'est le cas dans des matériaux inhomogènes, des pertes par absorption (α s'appelle alors coefficient d'absorption).

Pour tenir compte de ces pertes il faut substituer un nombre d'onde complexe \tilde{k} au nombre d'onde réel k , utilisé jusqu'ici:

$$\tilde{k} = k + i \alpha(\omega)$$

ω pulsation

k étant le vecteur d'onde sans atténuation $k = \omega / c$

α coefficient d'atténuation, tenant compte de la diffusion et de l'absorption

$$k = \omega/c + i \alpha(\omega)$$

4.3 VALEURS DU COEFFICIENT α

Comme on travaille avec des matériaux dont certains sont élastiques, on introduit une atténuation longitudinale (associée aux ondes de compression) et une atténuation transversale (associée aux ondes de cisaillement) .

Pour évaluer l'atténuation longitudinale $\alpha_p(\omega)$ introduite par les matériaux utilisés, on a utilisé la théorie de Yamakawa [11]. Elle permet de calculer $\alpha_p(\omega)$ pour un composite en fonction des caractéristiques mécaniques (module d'Young, coefficient de Poisson, vitesses longitudinale et transversale) et des fractions pondérales, de la résine et des charges [12].

Cette théorie a fait l'objet de tests expérimentaux [5].

Pour évaluer l'atténuation transversale, on ne dispose pas de théorie calculant α_s , dans les matériaux utilisés, ni de résultats expérimentaux. Cependant des travaux sur les caractéristiques géoacoustiques du sol sous-marin [13], permettent de constater que α_s était toujours dans un rapport d'au moins 5 avec α_p . On prendra donc des valeurs de α_s dans ce rapport avec les valeurs de α_p calculées avec la théorie de Yamakawa.

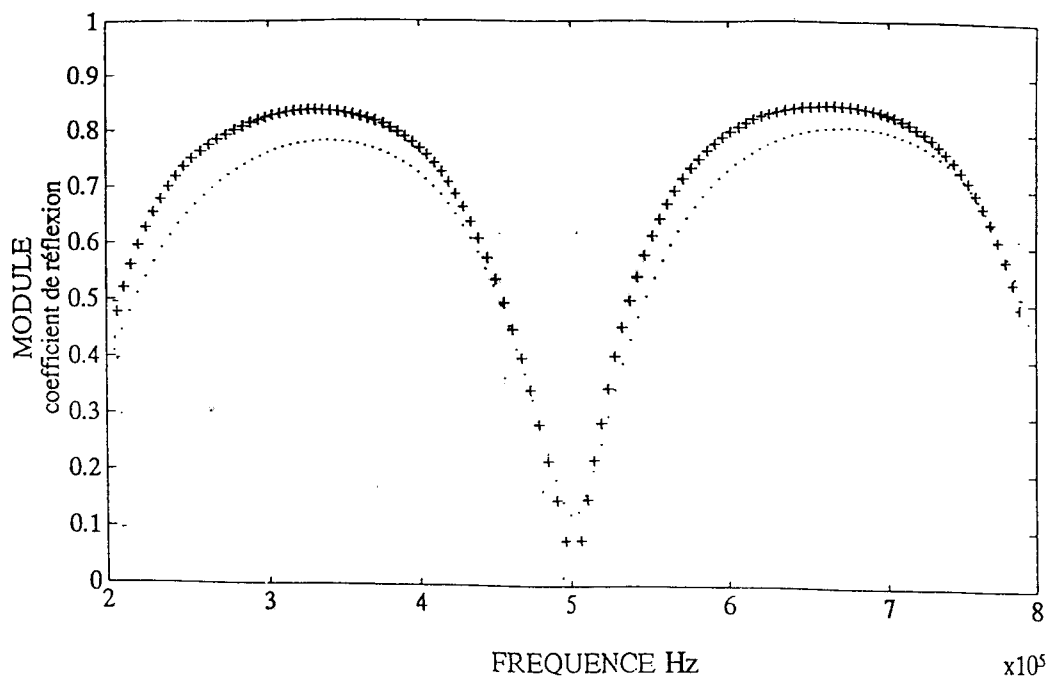
Rappelons qu'il importe ici d'introduire un ordre de grandeur des valeurs des atténuations.

4.4 RESULTATS

On a introduit de l'atténuation dans les matériaux intervenant dans les revêtements monocouche et bicouche de la partie 2.

Sur un monocouche d'épaisseur $\lambda/4$ vérifiant la condition (2.3), l'atténuation ne fait pas baisser les valeurs du coefficient de réflexion de façon significative. Ceci est dû à la faible épaisseur (1,41 mm) mise en jeu. On a constaté le même phénomène pour le bicouche "quart d'onde", vérifiant la condition (2.6).

Par contre, avec un monocouche d'épaisseur $3\lambda/4$, on peut voir sur les courbes 4.1 et 4.2, que les valeurs maximales de R sont légèrement inférieures à celles sans atténuation. On remarque en particulier pour $R(\theta)$ (θ incidence d'attaque) à 500kHz, que l'atténuation supprime la brusque montée à la valeur 1 observable à partir d'une incidence de 28° environ sans atténuation. Cette position angulaire correspond à l'angle critique des ondes transversales de l'aluminium.



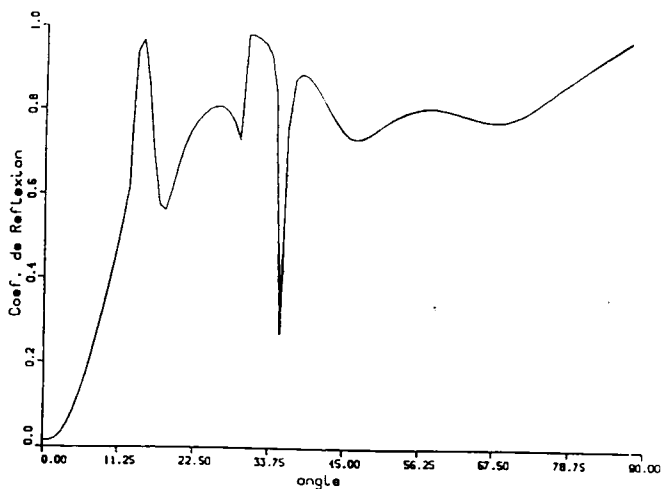
courbe 4.1

coefficient de réflexion monocouche $3\lambda/4$ à 500kHz en fonction de la fréquence en incidence normale

$$\rho_2 = 1780 \text{ kg/m}^3 \quad c_2 = 2830 \text{ m/s}, \quad d_2 = 4,24 \text{ mm}$$

..... avec atténuation $\alpha(\omega) = 7,25 \cdot 10^{-6} \omega + 2,36 \cdot 10^{-36} \omega^4$

+++++ sans atténuation

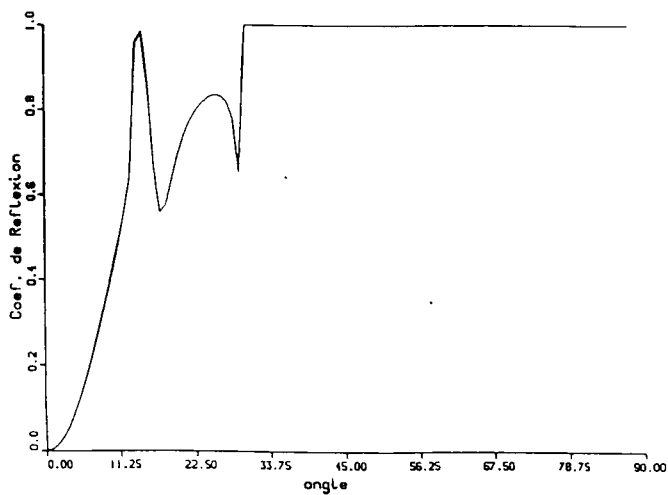


courbe 4.2

coefficient de réflexion monocouche $3\lambda/4$ à 500kHz en fonction de l'incidence

$$\rho_2 = 1780 \text{ kg/m}^3 \quad c_{2l} = 2830 \text{ m/s}, \quad c_{2t} = 1600 \text{ m/s} \quad d_2 = 4,24 \text{ mm}$$

avec atténuation $\alpha_p(500\text{kHz}) = 3,62 \text{ np/m}$, $\alpha_s = 5 \times \alpha_p$



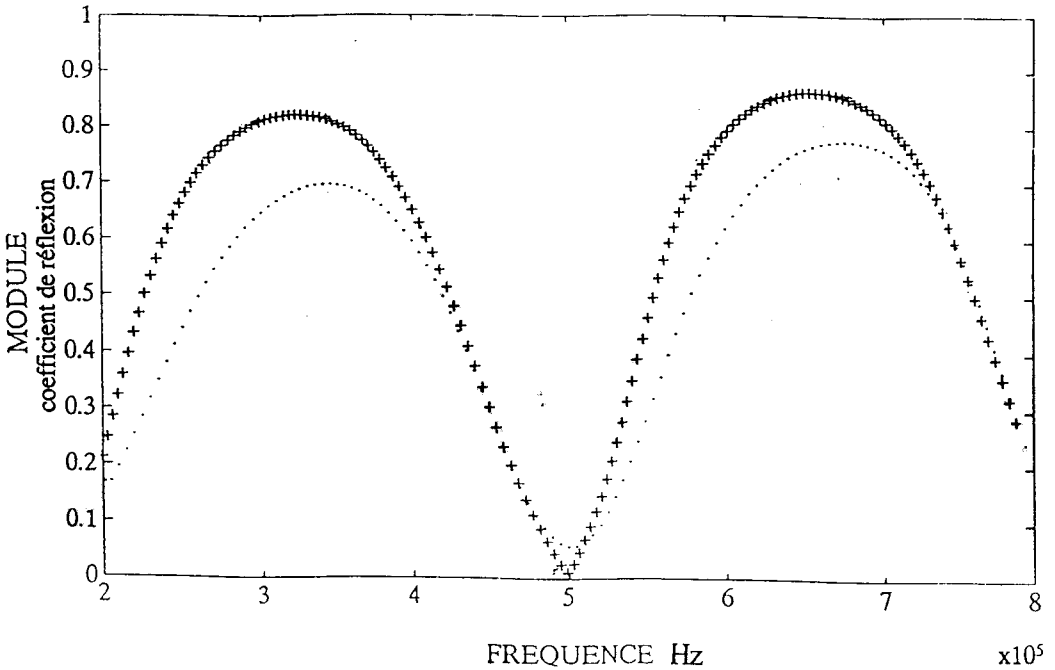
courbe 4.3

coefficient de réflexion monocouche $3\lambda/4$ à 500kHz en fonction de l'incidence

$$\rho_2 = 1780 \text{ kg/m}^3 \quad c_{2l} = 2830 \text{ m/s}, \quad c_{2t} = 1600 \text{ m/s} \quad d_2 = 4,24 \text{ mm}$$

sans atténuation

Sur un bicouche en $3\lambda/4$, on peut également constater une baisse des valeurs maximales de $R(f)$.



courbe 4.4

coefficient de réflexion bicouche $3\lambda/4$ à 500kHz en fonction de la fréquence

en incidence normale

$$\rho_2 = 2500 \text{ kg/m}^3 \quad c_2 = 3000 \text{ m/s}, \quad d_2 = 4,5 \text{ mm}$$

$$\rho_3 = 1230 \text{ kg/m}^3 \quad c_3 = 1800 \text{ m/s}, \quad d_3 = 2,7 \text{ mm}$$

.....avec atténuation $\alpha_2(\omega) = 7,25 \cdot 10^{-6} \omega + 2,25 \cdot 10^{-30} \omega^4$

$$\alpha_3(\omega) = 7,25 \cdot 10^{-6} \omega + 2,6 \cdot 10^{-32} \omega^4$$

+++++ sans atténuation

Toutefois vu les faibles épaisseurs des revêtements valeurs l'atténuation n'engendre pas d'affaiblissement du coefficient de réflexion qui soit significative.

On se rend compte qu'il ne faut pas compter sur l'atténuation des matériaux que l'on utilise ici, pour réduire considérablement le coefficient de réflexion. Les faibles épaisseurs

mises en jeu minimisent l'effet de l'atténuation. Comme il n'est pas question d'augmenter les épaisseurs des revêtements, pour des raisons d'encombrement et de poids, la seule solution est d'augmenter la valeur de α . Pour augmenter α dans des matériaux chargés on peut augmenter la taille des inclusions dans de fortes proportions. Mais le matériau ainsi fabriqué est alors hétérogène. Les théories employées jusqu'ici pour le calcul du coefficient de réflexion ne s'appliquent plus. Il faudrait mettre en œuvre d'autres outils de calcul.

5 . ETUDE EXPERIMENTALE

On aborde ici la phase expérimentale de cette étude. Il s'agit de vérifier expérimentalement si les stratifiés définis comme peu réfléchissants dans la partie 2 sont réellement efficaces. On présentera d'abord les techniques de mesures mises en oeuvre, puis les matériaux employés pour réaliser les stratifiés, enfin on comparera les résultats des mesures aux résultats théoriques calculés dans les mêmes conditions.

5.1 BANC ET TECHNIQUES DE MESURES

Pour mesurer le coefficient de réflexion des multicouches étudiés, on a employé deux techniques différentes selon que l'on a insonifié le stratifié en incidence normale ou en incidence oblique.

5.1.1 BANC DE MESURE

Le matériel expérimental se compose de :

- une cuve de dimensions: 3 x 1,4 x 0,9 m
- d'un chariot, représenté sur la figure 5.1, portant les transducteurs d'émission et réception, et dont le déplacement est contrôlable par ordinateur. Le déplacement comprend deux mouvements horizontaux X Y (800 x 500 mm) par pas de à 0,1 mm, et deux rotations de 360° au pas de 1/100 de degré.
- pour l'émission: un générateur programmable ou synthétiseur de fréquence.
- pour la réception : filtre + préamplificateur
- oscilloscope numérique pour visualiser les signaux émis et reçus.
- un plateau tournant au fond de la cuve, sur lequel est placé l'échantillon (multicouche), permettant d'orienter la face avant du stratifié dans l'alignement du faisceau d'émission.

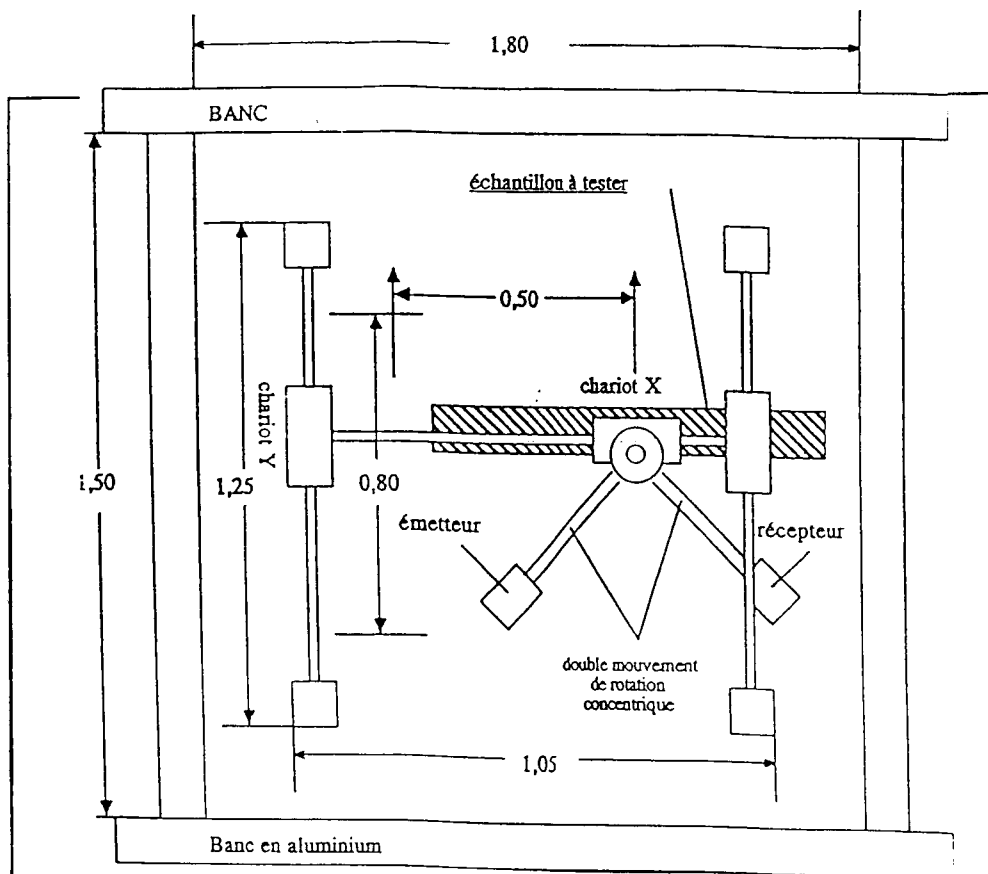


FIG 5.1
BANC DE MESURE: CHARIOT

5.1.2. TECHNIQUE IMPULSIONNELLE EN INCIDENCE NORMALE

Dans le cas de l'incidence normale, on veut explorer en fréquence. On utilise un seul transducteur qui travaille successivement en émission et en réception. Le signal émis est une impulsion. Le signal reçu est traité par transformée de Fourier et restitué ainsi toutes les fréquences utiles, dans la bande passante du transducteur utilisé. La figure 5.2 représente la réponse du transducteur en fonction de la fréquence.

On effectue une déconvolution du signal reçu avec la réponse du transducteur, afin de s'affranchir de l'influence de la chaîne de mesure. On notera que la bande passante à -3dB du transducteur étant 400 kHz, on limitera la comparaison entre résultats expérimentaux et théoriques à la bande de fréquence 350 kHz- 750 kHz .

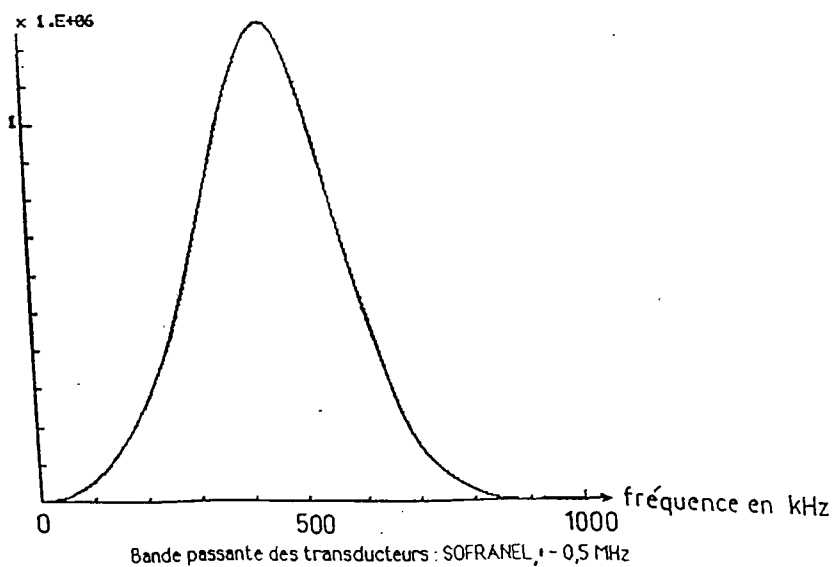


FIG 5.2

Reponse des transducteurs utilisés

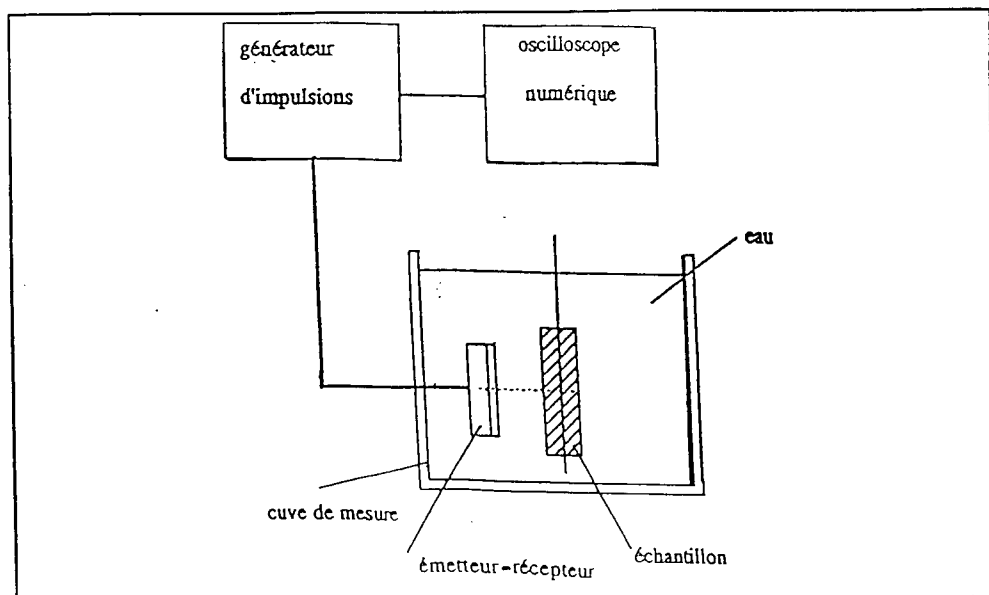


FIG 5.3

Banc de mesure pour le coefficient de réflexion en fonction de la fréquence pour une incidence normale

5.1.3 TECHNIQUE DU TRAIN D'ONDE EN INCIDENCE OBLIQUE

Pour le relevé du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence θ à la fréquence 500 kHz, le signal d'émission est un train de sinusoïdes de fréquence 500 kHz. On travaille en réflexion spéculaire vis à vis des deux transducteurs (un pour l'émission, un pour la réception). La rotation relative des deux transducteurs est obtenue grâce à des équipements fournissant deux mouvements concentriques des bras sur lesquels sont montés les transducteurs. La face avant du stratifié est orientée dans l'alignement des faisceaux ultrasonores des deux transducteurs. La rotation de l'émetteur et du récepteur est pilotée par un ordinateur avec une précision de 1/100 de degré pour une course de 90°. L'angle minimum entre les deux transducteurs est 12° compte tenu de leur encombrement, soit une incidence minimale d'attaque de 6°.

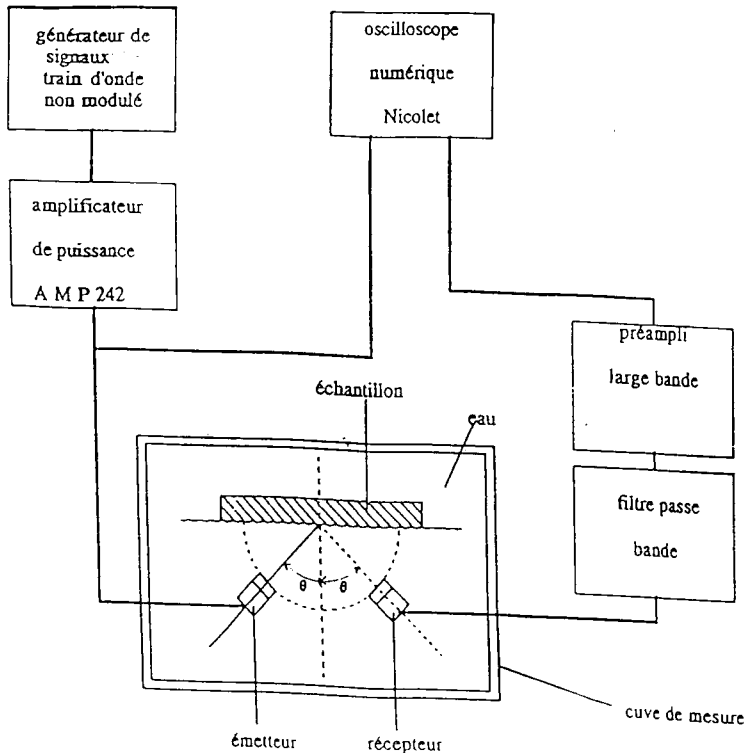


FIG 5.4

Banc de mesure pour le coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence à 500 kHz

5.2 PRODUITS EMPLOYES POUR LES STRATIFIES

On a testé expérimentalement des revêtements monocouche et bicouche.

Le socle semi-infini inférieur est en aluminium et a pour dimensions 200 x 400 x 100 mm. Ses dimensions le rendent semi-infini dans la mesure où les échos sur les bords ne sont pas gênants, et que l'on peut distinguer l'écho de fond des autres signaux et l'éliminer.

Les couches ont été réalisées en composite [5]. Les résines sont de la résine polyester B2900 et polyuréthane DF1013 (noms commerciaux). Les charges sont des micro-billes de verre, des particules d'alumine et de tungstène. Leur diamètre, quelques microns, et leur faible quantité font que les matériaux obtenus peuvent être considérés comme homogènes. Leur réponse acoustique a fait l'objet de tests expérimentaux [5], prouvant que la théorie mise en oeuvre [1] pour le calcul du coefficient de réflexion reste valable dans ces cas. Le tableau 1 résume pour les grandeurs acoustiques qui les valeurs limites que l'on ne peut dépasser avec ces produit:

grandeurs acoustiques	masse volumique kg.m^3	vitesse longitudinale m.s^{-1}	impedance ρC
résine polyester + alumine + Tg	1100 à 5000	2500 à 3500	$2,75 \cdot 10^6$ à $1,75 \cdot 10^7$
DF 1013	1200	1500 à 1800	$1,8 \cdot 10^6$ à $2,16 \cdot 10^6$

Tableau 1

5.3 PROBLEMES DE REALISATION

Les valeurs de la vitesse (longitudinale pour les couches solides) et la masse volumique des composites dépendent du taux des charges. Mais on ne maîtrise pas infailliblement les valeurs finales, d'autant que ces valeurs varient dans le temps. De plus les épaisseurs des revêtements ne peuvent être obtenues après usinage qu'à 0,1 mm près.

D'autre part on a utilisé dans la partie 2 des paramètres physiques et acoustiques pour l'eau et l'aluminium qui ne sont pas exactement ceux de l'expérience. Dans l'aluminium utilisé la vitesse du son est 6500 m/s (au lieu de 6300 m/s) et la vitesse du son dans l'eau est

1480 m/s (au lieu de 1500 m/s), compte tenu de la température mesurée dans la cuve au moment des manipulations.

La combinaison de ces imprécisions fait que les profils théoriques du coefficient de réflexion pris comme référence ne sont pas ceux de la partie 2, mais doivent être recalculés avec les caractéristiques réelles des stratifiés.

5.4 COMPARAISON THEORIE-EXPERIENCE

- Caractéristiques du revêtement monocouche -

Le revêtement monocouche testé a les caractéristiques suivantes:

$$c_l = 2833 \text{ m/s et } c_t = 1600 \text{ m/s}$$

$$\rho = 1780 \text{ kg /m}^3$$

$$d = 4,2 \text{ mm pour } 3\lambda/4$$

$$d = 1,41 \text{ mm pour } \lambda/4$$

	c m/s	ρ kg /m ³	d mm
valeurs souhaitées	2830	1780	1,41
valeurs réelles	2833	1780	1,42
erreur relative	0,1%	—	0,7%

écart maximum entre les valeurs du coefficient de réflexion théorique avec les paramètres souhaités et les paramètres réels = 1% (à 500 kHz)

On peut constater qu'une erreur inférieure à 1% dans les valeurs des paramètres du stratifié n'entraîne pas de modification radicale dans les valeurs du coefficient de réflexion en fonction de la fréquence pour un revêtement monocouche. Le paramètre ayant la plus grande influence est l'épaisseur du revêtement.

- Caractéristiques du revêtement bicouche -

Des épaisseurs inférieures au millimètre ne sont pas réalisables avec les moyens techniques dont on dispose. Aussi on a testé un bicouche d'épaisseur $\lambda/4$ pour la couche en contact avec

l'aluminium et $3\lambda/4$ pour celle en contact avec l'eau, car une dernière couche en $\lambda/4$ correspondrait à une épaisseur inférieure au millimètre.

Le revêtement bicouche souhaité était donc un revêtement vérifiant (2.6) et d'épaisseurs $\lambda/4 - 3\lambda/4$ à 500 kHz. Mais les caractéristiques du bicouche obtenu sont :

$$c_{2l} = 2690 \text{ m/s}$$

$$c_3 = 1602 \text{ m/s}$$

$$c_{2t} = 1400 \text{ m/s}$$

$$\rho_2 = 2500 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_3 = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$d_2 = 1,34 \text{ mm soit } 3\lambda/4 \text{ à } 501,86 \text{ kHz}$$

$$d_3 = 2 \text{ mm soit } \lambda/4 \text{ à } 600 \text{ kHz}$$

	c_2 m/s	c_3 m/s	ρ_2 kg/m ³	ρ_3 kg/m ³	d_2 mm	d_3 mm
valeurs souhaitées	3000	1800	2500	1230	1,5	2,7
valeurs réelles	2690	1602	2500	1200	1,34	2
erreur relative	10,33%	11%	—	2,5%	10,6%	26%

écart maximum entre les valeurs du coefficient de réflexion théorique avec les paramètres souhaités et les paramètres réels = 20% (à 500 kHz)

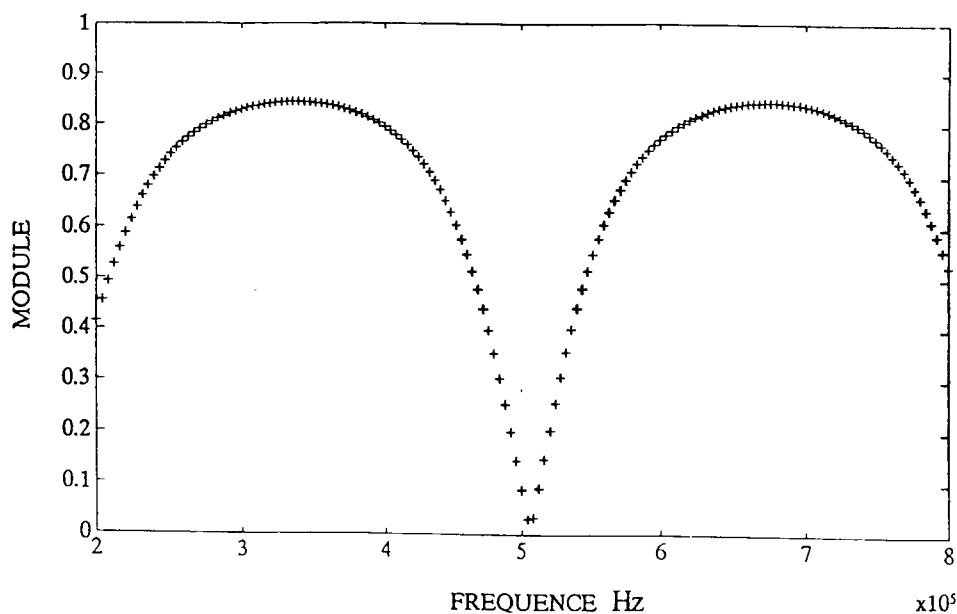
Pour le revêtement bicouche les écarts dans les valeurs des paramètres souhaités et réelles sont beaucoup plus importants que dans le cas précédent. En conséquence l'écart maximum entre les valeurs du coefficient de réflexion théorique avec valeurs souhaitées et valeurs réelles est beaucoup plus élevé.

COEFFICIENT DE REFLEXION EN INCIDENCE NORMALE

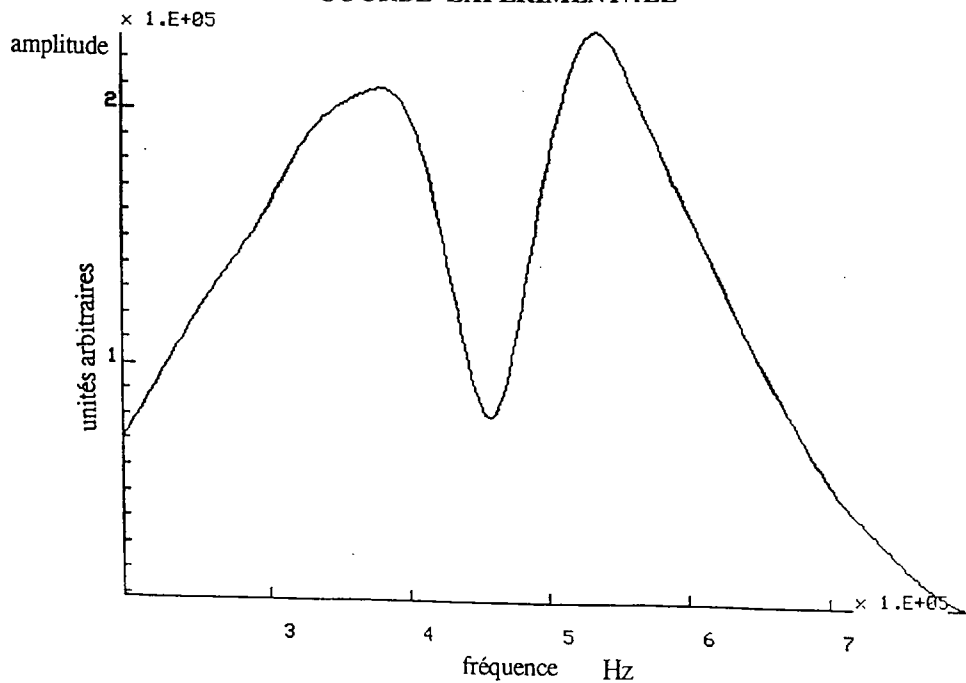
On commence par examiner les coefficients de réflexion des revêtements précédents en fonction de la fréquence et en incidence normale. On compare les coefficients de réflexion théoriques (avec les valeurs réelles des paramètres) aux coefficients de réflexion mesurés entre 350 kHz et 750 kHz compte tenu de la remarque faite au 5.1.2 concernant la bande passante des transducteurs.

COEFFICIENT DE REFLEXION REVETEMENT MONOCOUCHE $3\lambda/4$

COURBE THEORIQUE (avec paramètres réels)

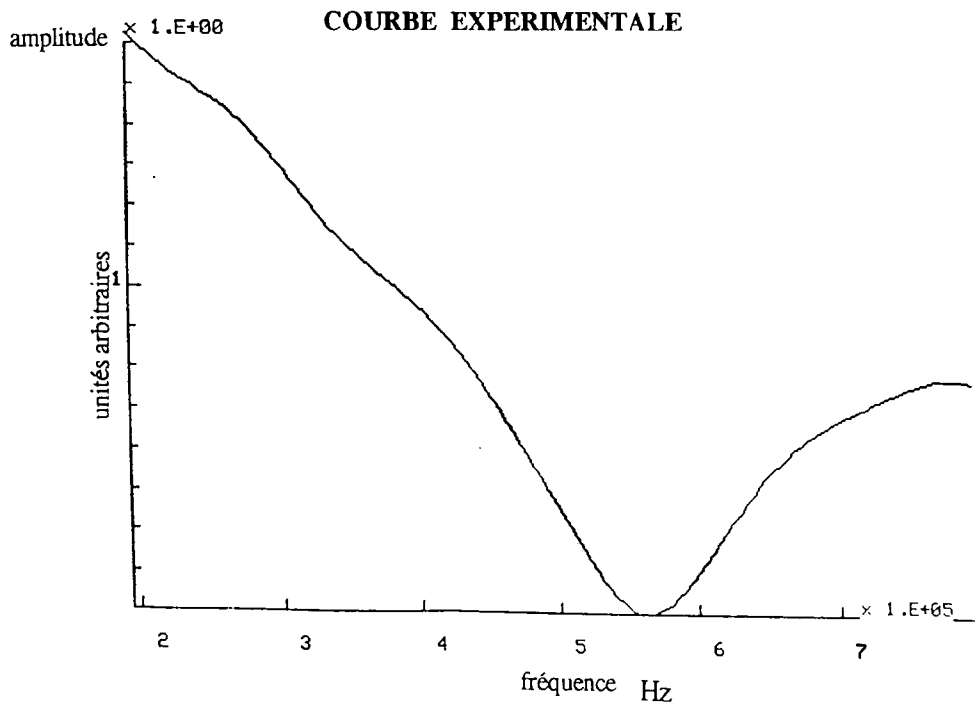
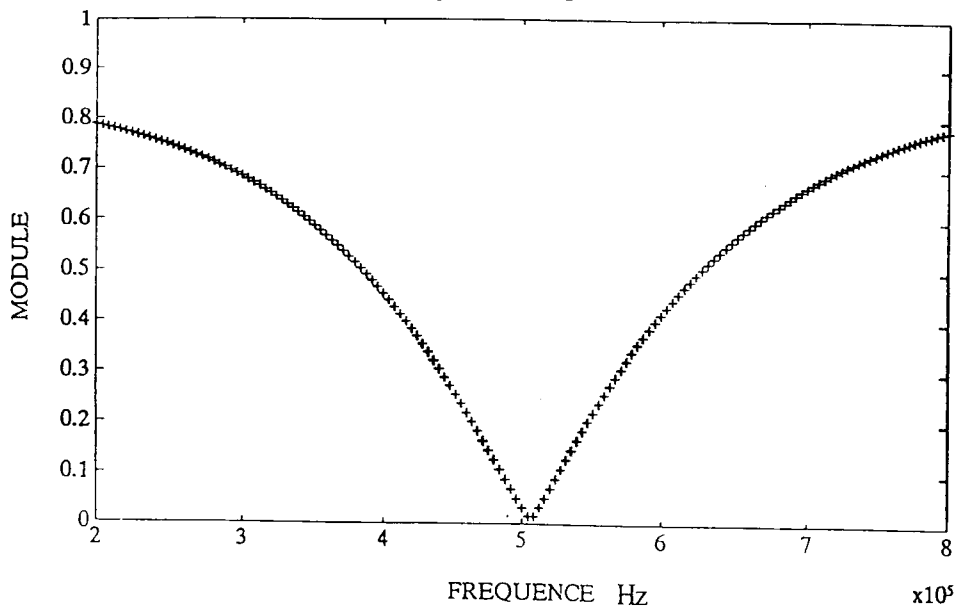


COURBE EXPERIMENTALE



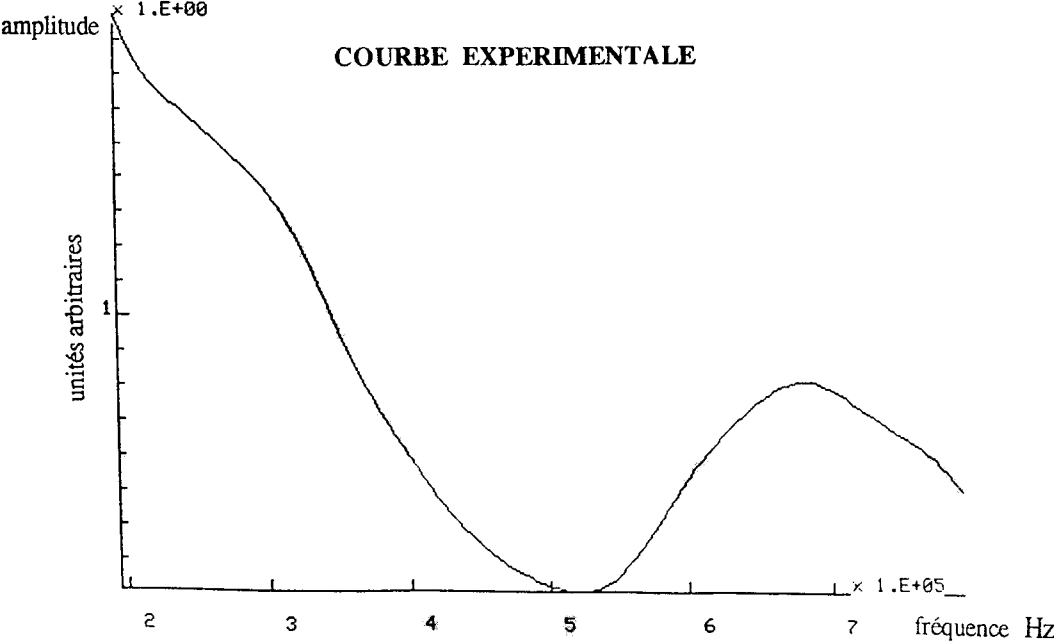
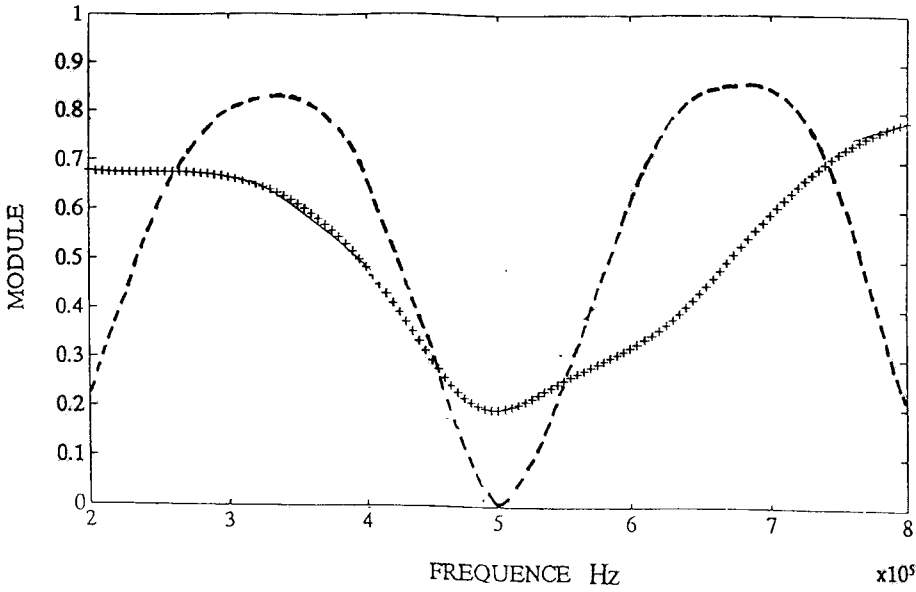
COEFFICIENT DE REFLEXION REVETEMENT MONOCOUCHE $\lambda/4$

COURBE THEORIQUE (avec paramètres réels)



COEFFICIENT DE REFLEXION REVETEMENT BICOUCHE $3\lambda/4 - \lambda/4$

COURBE THEORIQUE avec paramètres réels ++++++
avec paramètres souhaités -----



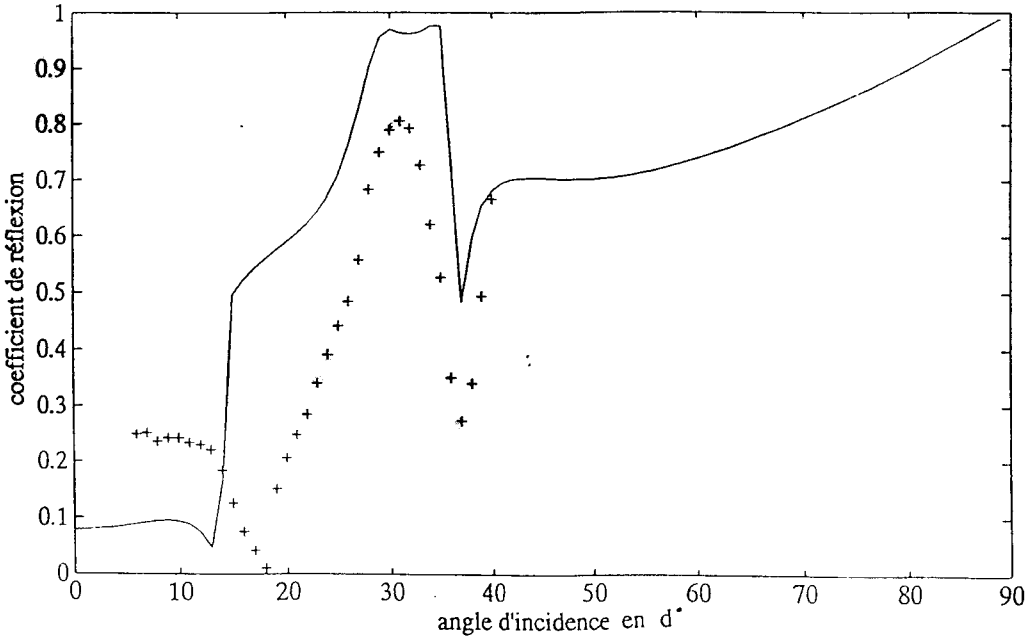
COMMENTAIRE DES COURBES DU COEFFICIENT DE REFLEXION EN INCIDENCE NORMALE

On constate pour les trois cas que l'on retrouve dans les profils expérimentaux l'allure des courbes théoriques: les creux des coefficients de réflexion coïncident pratiquement. Le léger décalage observé dans les abscisses est dû aux imprécisions sur les épaisseurs des couches. En effet l'épaisseur à l'endroit insonifié n'est pas la même qu'à celui où elle a été mesurée, car l'usinage ne donne pas des états de surface parfaitement plans. Il faut signaler, et ceci reste valable pour les mesures suivantes, que les vitesses et les masses volumiques prises pour les calculs théoriques n'ont pas été mesurées sur les stratifiés mais sur des échantillons séparés. Du temps s'est écoulé (quelques jours) entre la mesure sur l'échantillon et l'expérience sur le revêtement, et comme les caractéristiques évoluent dans le temps on ne peut être totalement sûrs des caractéristiques réelles dans les plaques. D'autant plus qu'un échantillon de quelques centimètres d'épaisseur n'évolue pas de la même façon qu'une plaque de quelques millimètres.

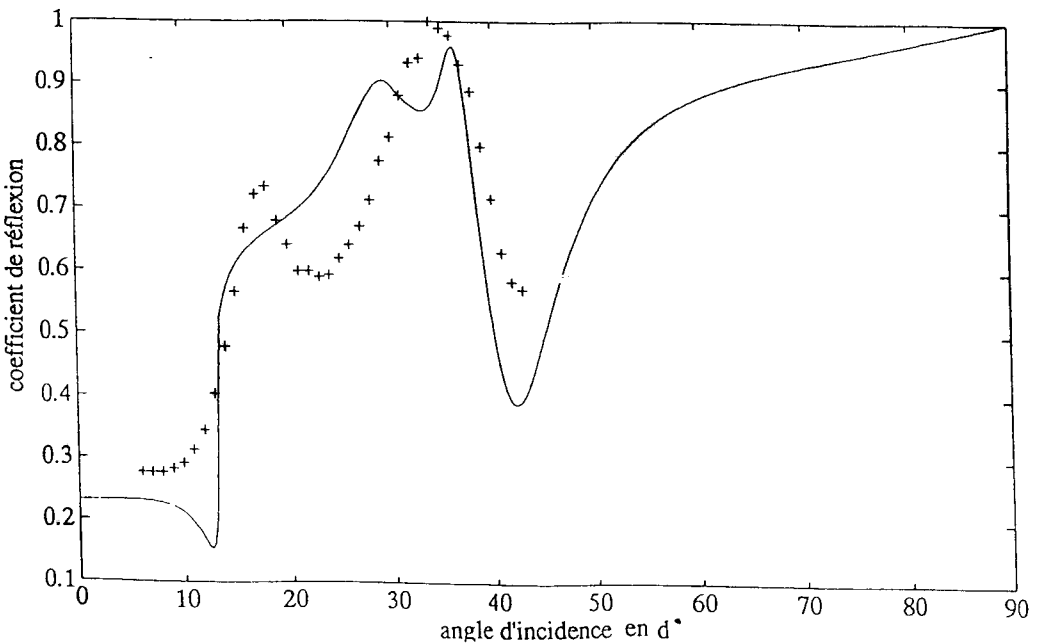
COEFFICIENT DE REFLEXION EN INCIDENCE OBLIQUE

On compare maintenant les coefficients de réflexion théoriques et expérimentaux pour les stratifiés monocouche $\lambda/4$ et bicouche $\lambda/4$ - $3\lambda/4$ précédents, insonifiés en incidence oblique à la fréquence 500 kHz.

**COMPARAISON DES COEFFICIENTS DE REFLEXION THEORIQUE ET
EXPERIMENTAL POUR LE MONOCOUCHE en $\lambda/4$, à 500 kHz
pour des incidences de 6° à 40°**



**COMPARAISON DES COEFFICIENTS DE REFLEXION THEORIQUE ET
EXPERIMENTAL POUR LE BICOUCHE
à 500 kHz pour des incidences de 6° à 40°**



COMMENTAIRE DES COURBES DU COEFFICIENT DE REFLEXION EN INCIDENCE OBLIQUE

On ne peut exploiter pour ces mesures que les positions angulaires des creux et des pics. Les amplitudes des courbes expérimentales sont faussées dans la mesure où on a normalisé les amplitudes des signaux reçus à l'aide de la valeur maximale enregistrée pendant la mesure, alors qu'il aurait fallu les normaliser à la l'aide de la valeur de l'amplitude du signal réfléchi par un dioptré parfait du type eau-air.

On constate dans le cas du monocouche et du bicouche une bonne concordance des positions angulaires, sauf pour les incidences faibles où un creux n'est pas observé pour le bicouche (à 13°) et ce même creux est décalé pour le monocouche .

On peut déduire des mesures en incidence que conformément aux résultats théoriques, les revêtements mono et bicouche calculés pour être peu réfléchissants pour une incidence normale, restent peu réfléchissants sous une incidence de 0 à 10 degrés environ.

Les mesures effectuées sur les revêtements monocouche et bicouche semblent valider l'approche théorique.

CONCLUSION

L'utilisation de revêtements multicouches sur une cible semi-infinie permet de diminuer en incidence normale la réflexion des ondes acoustiques sous certaines conditions. La première condition concerne l'épaisseur de chacune des couches du revêtement ; celle-ci doit être égale à un nombre impair de fois le quart de la longueur d'onde dans la couche. La deuxième condition met en jeu les caractéristiques acoustiques du stratifié. Elle consiste en une relation liant les impédances des couches aux impédances des deux milieux semi-infinis. Ces deux conditions permettent d'annuler le coefficient de réflexion à la fréquence où ont été calculées les épaisseurs "quart d'onde". On constate en outre une diminution de 70% du coefficient de réflexion par rapport à la valeur qu'il aurait pour la cible seule, sur une bande de fréquences $[f-0,6f ; f+0,6f]$ autour de f fréquence centrale. D'autre part on a montré que ces revêtements restent peu réfléchissants jusqu'à une incidence correspondant à l'angle critique des ondes longitudinales de la cible métallique. Les essais d'optimisation réalisés à l'aide de l'algorithme du simplex, prouvent que des revêtements monocouche et bicouche vérifiant les deux conditions décrites précédemment engendrent probablement une diminution optimale de la réflexion.

Des mesures expérimentales sur une cible en aluminium recouverte de revêtements composites ont permis de valider les modèles théoriques.

L'atténuation qui intervient dans les matériaux utilisés n'est pas assez grande compte tenu des faibles épaisseurs mises en jeu pour engendrer une perte d'énergie significative .

Si on veut diminuer encore la réflexion il faut maintenant s'orienter vers des matériaux fortement chargés. L'utilisation de charges de gros diamètres augmenterait beaucoup la dissipation d'énergie par diffusion. Ceci éviterait que soit trop importante l'énergie arrivant à la surface de la cible. On sait que des essais sur l'emploi de matériaux fortement chargés avec des particules diffusant l'énergie se poursuivent dans l'industrie. Mais ces résultats ne sont pas encore accessibles.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] L.M Brekhovskikh, "Waves in layered media". Academic Press, New York, 1960.
- [2] Luther, B.Lockhart, JR and P King, "Three layered reflection reducing coatings", J Opt Soc Am, Vol 37 n°9, pp 689-694, 1947.
- [3] JR.King, Luther, B Lockhart, "Experimental and theoretical results in two-layer low reflecting coatings for glass", J Opt Soc Am Vol 36 n°9, pp 513-517, 1946.
- [4] J. Mouchart , J Begel, S Chalot, "Dépôts achromatiques partiellement réfléchissants", Journal of Modern Optics , Vol 37 n°5, pp 875-888, 1990.
- [5] G.Rabau, "Modèles géoacoustiques", Thèse de l'université d'Aix Marseille II, 1990.
- [6] A.R.Selfridge, "Approximate Material Properties in isotropic materials", IEEE Transactions on sonics and ultrasonics, Vol SU 32 N°3, 1985.
- [7] P.B Ryan, R.L Barr, H.D Todd, "Simplex technics for non linear optimization", Analytical Chemistry, Vol 52 pp 1460-1467, 1980.
- [8] G.F Brissey, R.B Spencer, C.L Wilkins, "High speed algorithm for simplex optimization calculations", Analytical Chemistry , Vol 51 N°13 pp 2295-2297 Nov 1979.
- [9] M.S Caceci, W.P Cacheris, "Fitting curves to data, the simplex algorithm is the answer", Byte, pp 340-362, mai 1984.
- [10] J.A Nelder and Mead, Comput.J, 7, 308, 1965.
- [11] N.Yamakawa, "Scattering and attenuation of elastic waves", Geophysical Magazine, Vol 31, pp 63-65, 1962.

- [12] V.K Kinra and A.Anand, "Waves propagation in random particulate composite at long and short wavelengths", Int.j Solids Structures, Vol 18 N°5, pp 367-380, 1982.
- [13] R.De Oliveira Bohbot, "Caractérisation exacte et approchée de milieux stratifiés plans à l'aide de sources acoustiques . Application au diagnostic du fond sous-marin", These de l'Université de Paris VII, Dec 1990.
- [14] J.P Hérault, "Etude des milieux stratifiés: modélisation géoacoustique", Note-Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, n° 113, Juillet 1989.

ANNEXES

ANNEXE 1

Coefficients a_{jk} de la matrice de couche pour un milieu solide élastique

On pose: $\alpha = (k_n^2 - \sigma^2)^{1/2}$; $\beta = (\kappa_n^2 - \sigma^2)^{1/2}$; $k = \omega / c$ et $\kappa = \omega / b$, les nombres

d'onde longitudinale et transversale, $\sin \theta = \sigma / k$, $\sin \gamma = \sigma / \kappa$, c et b les vitesses de propagation des ondes longitudinale et transversale; d épaisseur de la couche ; $P = \alpha d$ et $Q = \beta d$.
 $\sigma = k_n \sin \theta_n = k_{n+1} \sin \theta_{n+1}$ est la composante selon x du vecteur d'onde.

Pour une couche solide les coefficients a_{ik} de la matrice de couche sont donnés par les expressions ci-dessous) :

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= 2 \sin^2 \gamma \cos P + \cos 2\gamma \cos Q \\
 a_{12} &= i (\tan \theta \cos 2\gamma \sin P - \sin 2\gamma \sin Q) \\
 a_{13} &= \frac{i \sin \theta}{\omega p c} (\cos Q - \cos P) \\
 a_{21} &= i (2 \cot \theta \sin^2 \gamma \sin P - \tan \gamma \cos 2\gamma \sin Q) \\
 a_{22} &= \cos 2\gamma \cos P + 2 \sin^2 \gamma \cos Q \\
 a_{23} &= \frac{1}{\omega p c} (\cos \theta \sin P + \tan \gamma \sin \theta \sin Q) \\
 a_{24} &= \frac{1}{\omega p b} [i \sin \gamma (\cos Q - \cos P)] \\
 a_{31} &= -2i \omega p b \sin \gamma \cos 2\gamma (\cos Q - \cos P) \\
 a_{32} &= -\omega p \left(\frac{c \cos^2 2\gamma}{\cos \theta} \sin P + 4b \cos \gamma \sin^2 \gamma \sin Q \right) \\
 a_{33} &= \cos 2\gamma \cos P + 2 \sin^2 \gamma \cos Q \\
 a_{34} &= i (\tan \theta \cos 2\gamma \sin P - \sin 2\gamma \sin Q) \\
 a_{41} &= -\omega p b^2 \left(\frac{\cos^2 2\gamma}{b \cos \gamma} \sin Q + \frac{4}{c} \cos \theta \sin^2 \gamma \sin P \right) \\
 a_{42} &= \frac{-2i \omega p b^2 \sin \theta \cos 2\gamma}{c} (\cos Q - \cos P) \\
 a_{43} &= i b^2 \left(\frac{\sin 2\theta}{c^2} \sin P - \frac{\cos 2\gamma}{b^2} \tan \gamma \sin Q \right) \\
 a_{44} &= 2 \sin^2 \gamma \cos P + \cos 2\gamma \cos Q
 \end{aligned}$$

ANNEXE 2
ALGORITHME DU SIMPLEX

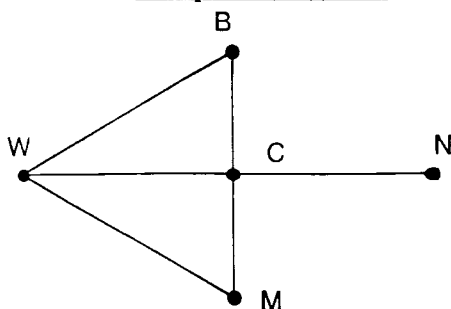
L'optimisation commence par le choix de $n+1$ jeux de paramètres (chacun constituant un sommet du simplexe à n dimensions) pour lesquels on évalue la réponse (les valeurs de la fonction pour chacun).

Après avoir évalué la réponse en chaque point, on ordonne les sommets de celui qui donne la meilleure réponse (B), à celui donnant la pire (W^o). Le sommet W est écarté, et un nouveau et un nouveau sommet est choisi. On appelle cette phase la **réflexion**. Le nouveau point N selon Nelder et Meade est donné par:

$$N = (1 + \alpha) C - \alpha W \quad (3.1)$$

où C est le centre de l'hyperface opposée: C représente les valeurs moyennes de tous les sommets autres que W

Exemple à 2 dimensions:



W = pire réponse (worse)

M = réponse intermédiaire

B = meilleure réponse (best)

C = centre ou valeur moyenne

initialement α vaut 1.

- si la réponse à N est meilleure qu'à tous les autres points précédents, la recherche continue en choisissant un autre point NE avec α plus grand (2 en général) dans (3.1). Cette phase de recherche s'appelle **expansion**.

. quand la réponse NE est encore meilleure que les points précédents, le point NE est gardé pour former un nouveau simplexe et on répète toute la procédure.

. si la réponse NE est moins bonne que les réponses à B et M le point NE est écarté.

Dans le cas où le point réfléchi initial N est utilisé pour former le nouveau simplexe, l'expansion est dite échouée.

-si la réflexion initiale donne un point N dont la réponse est moins bonne que celle à B ou M , on doit faire une **contraction**.

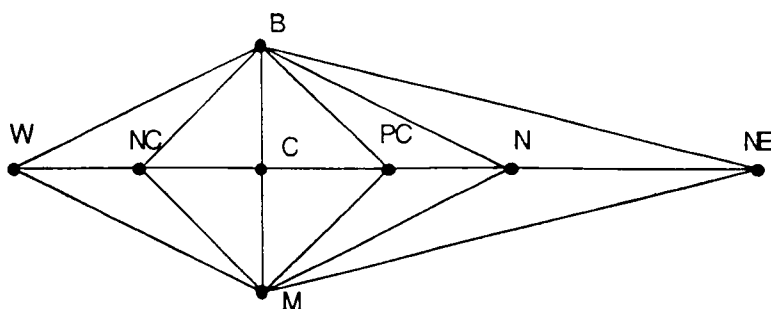
Une contraction peut être positive ou négative, son sens étant donné par le signe de α dans (3.1):

une contraction positive, $0 \leq \alpha \leq 1$, est effectuée quand le point réfléchi N donne une réponse meilleure que W.

Une contraction négative, $-1 \leq \alpha \leq 0$, est effectuée quand la réponse N est moins bonne que celle à W.

Habituellement les contractions sont faites avec $\alpha = +$ ou $-1/2$.

Dans cette MSM les contractions donnent rarement une réponse moins favorable. Mais quand ils échouent Nelder et Meade suggèrent de rétrécir le simplex au niveau de B en fabriquant un nouveau simplex contenant B et de nouveaux sommets milieux entre B et chaque sommet du vieux simplex. Les positions possibles pour un simplex à 2 dimensions sont résumées sur la figure ci-dessous:



N réflexion normale

NE réflexion suivi d'une expansion

PC réflexion suivie d'une contraction positive

NC réflexion suivie d'une contraction négative

ARRET DE LA PROCÉDURE

Un nombre de procédure est suggéré comme critère de convergence:

le premier critère est que l'écart de la réponse sur les $n+1$ sommets soit supérieure à une valeur donnée. Quand cette condition est vérifiée la réponse au centre du simplex total est calculée et le plus grand écart par rapport à ce point est pris comme critère final de convergence.

